



Ministério da Educação
Universidade Federal da Integração Latino-Americana
Instituto de Tecnologia, Infraestrutura e Território
Centro Interdisciplinar de Tecnologia e Infraestrutura
Engenharia Civil de Infraestrutura

**ESTIMATIVA DE FLECHAS EM VIGAS BIPOIADAS DE CONCRETO
ARMADO SOB FLEXÃO SIMPLES POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE
MÉTODOS SIMPLIFICADOS.**

JAIRO ORLANDO FUENTES BARRETO

Foz do Iguaçu, PR
Dezembro de 2017



Ministério da Educação
Universidade Federal da Integração Latino-Americana
Instituto de Tecnologia, Infraestrutura e Território
Centro Interdisciplinar de Tecnologia e Infraestrutura
Engenharia Civil de Infraestrutura

ESTIMATIVA DE FLECHAS EM VIGAS BIPOIADAS DE CONCRETO ARMADO SOB FLEXÃO SIMPLES POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DE MÉTODOS SIMPLIFICADOS.

JAIRO ORLANDO FUENTES BARRETO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Banca Examinadora do Curso de Engenharia Civil
de Infraestrutura da UNILA, como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de Bacharel em
Engenharia Civil de Infraestrutura

Orientador: Profº. Dsc. Aref Kalilo Lima Kzam

Coorientador: Profº.Dsc. Iván Dario Gómez Araújo

Foz do Iguaçu, PR
Dezembro de 2017

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por ser essencial em minha vida, aos meus pais e irmãos pelo apoio incondicional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me ajudado a superar as dificuldades e também por toda a saúde que me deu e que permitiu cumprir este sonho tão almejado na minha vida.

Aos meus pais Himelda e José, tenho um agradecimento muito especial porque sempre acreditaram em mim. Sou quem sou porque vocês estiveram e estão sempre ao meu lado, apesar da distância.

Aos professores por me proporcionar tantos conhecimentos ao longo do curso, especialmente ao professor Ulisses.

Ao meu orientador, professor Aref pelo apoio e confiança durante a realização do trabalho, e ao meu coorientador Ivan pela ajuda proporcionada.

A esta universidade, seu corpo docente, direção e administração agradeço por todo ambiente inspirador e pela oportunidade de concluir este curso.

Aos meus amigos e colegas do curso que fizeram parte da minha formação e que vão continuar presentes na minha vida.

A todas as pessoas que direta ou indiretamente, ajudarão minha formação.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 Aumento das deformações devido ao efeito da fluência para o concreto sob tensões constantes.	16
Figura 3.2 Reversibilidade da fluência	18
Figura 3.3 Ábaco para determinação do coeficiente $\beta_f(t)$ relativa a deformação lenta por fluência.....	22
Figura 3.4 Deformação por retração ao longo do tempo.....	27
Figura 3.5 Ábaco para determinação do coeficiente $\beta_s(t)$ relativa a deformação lenta por retração.....	29
Figura 3.6 Comportamento do concreto a flexão pura (Estádio I)	32
Figura 3.7 Comportamento do concreto no estágio II	33
Figura 3.8 Comportamento do concreto no estágio III	33
Figura 3.9 Modelo de carregamento e seção transversal.	34
Figura 3.10 Flecha ao longo do tempo das vigas VT1 e VT2.....	35
Figura 3.11 Flecha ao longo do tempo das vigas VA1 e VA2	35
Figura 4.1 Fluxograma correspondente ao método de cálculo de flechas conforme NBR 6118/14	41
Figura 4.2 Fluxograma do método de cálculo de flechas conforme NBR 6118/14 Modificado.	43
Figura 4.3 Relação momento- flecha bilinear.....	44
Figura 4.4 Fluxograma do método de cálculo de flechas conforme Método Bilinear - Modificado.....	49
Figura 4.5 Diagrama do momento fletor	51
Figura 4.6 Fluxograma do método de cálculo de flechas conforme CEB-FIP Model Code 1990.....	52
Figura 5.1 (a) Carga devido ao peso próprio (b) momento atuante na viga.	54
Figura 5.2 (a) Carregamentos (b) Momento atuante na viga.....	55
Figura 5.3 Flechas total da viga VT1.	66
Figura 5.4 Flechas total da viga VT2.	66
Figura 5.5 Flechas total da viga VA1.	68
Figura 5.6 Flechas total da viga VA2.	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Valor do coeficiente dependente da velocidade de endurecimento para a fluência e a retração.	20
Tabela 3.2 Valores característicos superiores do coeficiente de fluência.	23
Tabela 3.3 Valores finais de deformação específica de retração $\epsilon_{cs\omega}$ ($\times 10^{-5}$).	31
Tabela 3.4 Valores do ensaio de abatimento de cone e resistência a compressão para as vigas.	35
Tabela 4.1 Valores estimados de módulo de elasticidade.	38
Tabela 4.2 Valores do coeficiente em função do tempo.	40
Tabela 4.3 Fator de correção $K(t)$	50
Tabela 5.1 Módulo de elasticidade inicial e secante do concreto.	53
Tabela 5.2 Resistência a tração e momento de fissuração.	54
Tabela 5.3 Estádios e flechas devido ao peso próprio.	55
Tabela 5.4 Resultado da flecha imediata.	56
Tabela 5.5 Valores de flechas adicionais diferidas para as vigas VT1 e VT2.	57
Tabela 5.6 Valores de flechas diferidas e totais para as vigas VA1 e VA2.	57
Tabela 5.7 Valores de flechas adicionais diferidas para as vigas VT1 e VT2.	58
Tabela 5.8 Valores de flechas adicionais diferidas para as vigas VA1 e VA2.	59
Tabela 5.9 Módulo de elasticidade inicial e secante do concreto.	60
Tabela 5.10 Resistência a tração e momento de fissuração.	60
Tabela 5.11 Estádios e flechas devido ao peso próprio.	61
Tabela 5.12 Resultado da flecha imediata.	61
Tabela 5.13 Valores de flechas diferidas e totais para as vigas VT1 e VT2.	62
Tabela 5.14 Valores de flechas diferidas e totais para as vigas VA1 e VA2.	62
Tabela 5.15 Resultado da flecha imediata.	63
Tabela 5.16 Estádio de atuação de cada viga.	64
Tabela 5.17 Flecha total das vigas VT1 e VT2.	64
Tabela 5.18 Resultado das flechas totais para as vigas VA1 e VA2.	65
Tabela 5.19 Diferença Percentual (%) das flechas (Viga VT1 e VT2).	67

Tabela 5.20 Diferença Percentual (%) das flechas - Viga VA1.....	69
---	----

Tabela 5.21 Diferença Percentual (%) das flechas - Viga VA2.....	70
---	----

RESUMO

Na atualidade, existem vários métodos que tem como finalidade estimar o comportamento de estruturas de concreto nas primeiras idades e também durante a vida útil da construção. Devido à complexidade das análises estruturais, faz-se necessário a aplicação de métodos simplificados para determinação das deformações em estruturas de concreto ao longo do tempo, de forma a realizar as verificações de estados limites de serviço. O presente trabalho tem o intuito de analisar o comportamento mecânico de vigas de concreto armado submetidas a solicitações de longa duração. Apresenta-se o cálculo de flechas aplicando-se os métodos simplificados, como os da NBR 6118/14, Método Bilinear, Método do CEB-FIP Model Code 1990. Por fim, os resultados dos cálculos de flechas através da utilização dos diferentes métodos, são comparados com resultados de trabalhos experimentais amplamente difundidos na literatura. Verificou-se que o método da NBR 6118 Modificado e o Método do CEB-FIP Model Code 1990, para os casos de vigas com concretos convencionais e concreto de alta resistência, respectivamente apresentaram resultados mais próximos dos resultados de referência.

Palavras-chave: Vigas de concreto armado; Métodos Simplificados; Flechas: imediatas e diferidas.

ABSTRACT

At present, there are several methods that aim to estimate the behavior of concrete structures in the early ages and also during the life of the construction. Due to the complexity of the structural analyzes, it is necessary to apply simplified methods to determine the deformations in concrete structures over time, in order to carry out the verification of service limit states. The present work intends to analyze the mechanical behavior of reinforced concrete beams subjected to long term applications. It is presented the calculation of arrows by applying the simplified methods, such as those of NBR 6118/14, Bilinear Method, CEB-FIP Model Code 1990 Method. Finally, the results of the arrow calculations using the different methods, are compared with results of experimental works widely disseminated in the literature. It was found that the modified NBR 6118 method and the CEB-FIP Model Code 1990 method, in the case of beams with conventional concrete and high strength concrete respectively, presented results closer to the reference results.

Keywords: Reinforced concrete beams; Simplified Methods; Arrows: immediate and deferred.

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA.....	12
1.1 Estrutura do trabalho	13
2. OBJETIVOS	14
2.1 Objetivo Geral	14
2.2 Objetivo Específico	14
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
3.1 Deformações em vigas de concreto armado.....	15
3.2 Flechas imediatas	15
3.3 Flechas diferidas.....	16
3.4 Fatores que influenciam nos deslocamentos	16
3.4.1 Fluência	16
3.4.1.1 Formulação da deformação por Fluência – NBR 6118	18
3.4.1.2 Formulação da deformação por Fluência – CEB-FIP Model Code 1990.....	23
3.4.2 Retração.....	26
3.4.2.1 Formulação da deformação por Retração – NBR 6118	27
3.4.2.2 Formulação da deformação por Retração – CEB-FIP Model Code 1990	29
3.5 Deformações em viga - Comportamento e estádios.....	31
3.6 Descrição de um estudo experimental para a determinação de flechas em vigas de concreto armado.	34
4. MODELOS SIMPLIFICADOS PARA ESTIMATIVA DE FLECHAS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO ..	36
4.1 Formulação dos Métodos Simplificados.....	36
4.1.1 Método NBR 6118/14	36
4.1.1.1 Flecha imediata	36
4.1.1.2 Flecha diferida	39
4.1.2 Método NBR 6118 – Modificado	42
4.1.3 Método Bilinear – CEB.....	44
4.1.4 Método Bilinear – Modificado	47
4.1.5 Método CEB-FIP Model Code 1990	50
5. ANÁLISE DE RESULTADOS	53
5.1 Implementação e Análise do Método da NBR 6118/14	53
5.1.1 Cálculo de Flecha imediata.....	53
5.1.2 Cálculo de Flecha diferida e total.....	56
5.2 Implementação e Análise do Método da NBR 6118 Modificado.....	57

5.2.1 Cálculo de flecha imediata.....	58
5.2.2 Cálculo de flecha diferida e total.....	58
5.3 Implementação e Análises do Método Bilinear – Modificado	59
5.3.1 Cálculo de flecha imediata.....	59
5.3.2 Calculo de flecha diferida	62
5.4 Implementação e Análises do Método do CEB-FIP Model Code 1990.....	63
5.4.1 Cálculo de flecha imediata.....	63
5.4.2 Flecha total.....	63
5.5 Comparação entre os Resultados dos Métodos Simplificados	65
6. CONCLUSÕES	71
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	73

1.INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Na atualidade os estudos voltados para determinação de deformações em estruturas de concreto armado são de grande importância devido aos procedimentos construtivos que exigem uma melhor compreensão do fenômeno para garantir a durabilidade e estabilidade de estruturas projetadas em concreto armado.

O controle de deslocamento em vigas de concreto armado é de suma importância durante o desenvolvimento de projetos, pois hoje em dia, são projetadas estruturas mais esbeltas e que apresentam rigidez menor, condição que favorece o aumento do deslocamento, em comparação com estruturas antigas as quais eram mais robustas (ALMEIDA, 2010).

Para a determinação de deslocamentos em vigas deve ser considerado os deslocamentos que aparecem a curto prazo, gerados pelo peso próprio e uso da edificação. Os deslocamentos a longo prazo por sua vez aparecem devido a fatores como fluência e retração, que são variáveis importantes no cálculo estrutural NBR 6118 (ABNT, 2014). Tais fatores aumentam a complexidade da previsão de deslocamentos o que dificulta o reconhecimento e quantificação desses deslocamentos ao longo do tempo.

Os deslocamentos excessivos podem causar problemas estruturais como instabilidade e fissuração excessiva, assim como gerar fissuras em elementos não estruturais, causando desconforto aos usuários e danificando as condições de serviço da estrutura (JUNGUES, 2011).

Modelos de cálculo de flecha foram propostos por vários autores buscando representar o comportamento do concreto. Devido à complexidade dos cálculos foram desenvolvidos métodos simplificados que ajudaram a otimizar os cálculos, obtendo resultados aproximados de deslocamento na fase de projeto. No entanto, ressalta-se que o comportamento real de vigas envolve parâmetros dependentes das propriedades dos materiais, magnitude das solicitações, entre outros, condições que dificultam determinar com precisão os deslocamentos sofridos pela estrutura.

Com a finalidade de determinar o método simplificado que represente melhor os deslocamentos sofridos por uma viga de concreto, neste trabalho serão estudados os métodos descritos pelas normas do Comitê Euro-Internacional do Betón e a Norma Brasileira NBR 6118/14, e modificações das mesmas realizadas por alguns autores, que consideram de forma simplificada os efeitos da fluência e retração. Sendo assim, os

métodos simplificados permitiram obter uma melhor compreensão dos efeitos que influenciam os deslocamentos de vigas de concreto armado ao longo do tempo.

1.1 Estrutura do trabalho

O trabalho está dividido em 7 capítulos, sendo o conteúdo de cada capítulo apresentado a seguir:

No **Capítulo 1 e 2** apresenta-se a contextualização do problema em estudo, assim como os objetivos gerais e específicos.

No **Capítulo 3** apresenta-se a revisão bibliográfica do trabalho. Sendo abordados assuntos relacionados com o deslocamento de vigas de concreto armado, as principais definições para um melhor entendimento, os principais fatores que contribuem o aumento de flechas ao longo do tempo, assim também será apresentada a descrição detalhada de um estudo experimental de uma viga de concreto armado extraída da bibliografia.

No **Capítulo 4** apresenta-se a formulação detalhada dos diferentes métodos simplificados abordados no trabalho.

No **Capítulo 5** apresenta-se os resultados obtidos a partir da implementação dos métodos simplificados em planilhas de cálculo, para a determinação de flechas imediatas e diferidas.

Finalmente, no **capítulo 6 e 7** apresenta-se as conclusões do trabalho, recomendações para a realização de trabalhos futuros, e as referências bibliográficas utilizadas.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo geral realizar um estudo comparativo sobre o cálculo de flechas em vigas de concreto armado, submetidas a cargas de longa duração, através da utilização de diferentes métodos simplificados.

2.2 Objetivo Específico

Em decorrência do objetivo principal, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- Realizar o estudo bibliográfico dos principais métodos simplificados de cálculo de flechas em vigas;
- Implementar em planilhas de cálculos os métodos simplificados estudados para a determinação de flechas em vigas de concreto armado;
- Realizar a calibração das planilhas de cálculo, a partir de exemplos extraídos da bibliografia;
- Realizar a análise e a comparação dos resultados obtidos a partir dos diferentes métodos com dados experimentais encontrados na literatura.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Deformações em vigas de concreto armado

As vigas de concreto armado são elementos estruturais lineares cujo comprimento longitudinal supera pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal, sendo a flexão o esforço preponderante nesta peça (NBR 6118, 2014).

As deformações de um elemento estrutural como as vigas, que se encontram submetidas à flexão são representadas por flechas, a qual é definida como um deslocamento de translação máximo dentre os deslocamentos sofridos pelos pontos de seu eixo. A flecha total é assumida como a soma das parcelas das deformações advindas da deformação imediata e da deformação lenta, que ocorre devido à retração e fluência (MANFREDINI, 2003).

Neste capítulo será realizada a revisão bibliográfica abordando temas relacionados ao surgimento de flechas totais devido a aplicação de cargas permanentes. Também será tratado sobre os fatores que influenciam no aumento dessa deformação.

3.2 Flechas imediatas

De acordo com Almeida (2010), a flecha imediata é definida, como o máximo deslocamento que um ponto da viga sofre quando são retiradas as formas ou imediatamente após a aplicação das cargas. Esta flecha depende principalmente da magnitude da carga aplicada, do nível de fissuração, das propriedades geométricas e dos materiais da viga de concreto armado. O cálculo da flecha imediata pode ser realizado por meio da expressão padrão de elementos fletidos não fissurados, assumindo que o concreto é um material elástico linear.

Duarte (2010) define como flecha imediata os deslocamentos que aparecem devido a aplicação de cargas de curta duração, dependendo principalmente da rigidez da peça. Também salienta-se que a rigidez pode adotar distintos valores em função do estado de fissuração no qual ela se encontra no momento da atuação da carga. Este estado de fissuração depende da relação existente entre o momento de fissuração da peça e o momento atuante.

3.3 Flechas diferidas

Manfredini (2003) afirma que a flecha diferida é aquela que aparece sob a ação de cargas de longa duração, este fenômeno se deve aos efeitos da retração e fluência do concreto a que é submetido o elemento estrutural.

Uma vez determinada a flecha imediata de uma viga de concreto armado, deve-se determinar a flecha diferida originada devido aos efeitos reológicos da fluência e retração. A magnitude do deslocamento ao longo do tempo tende a ser maior que o deslocamento imediato (ALMEIDA, 2010).

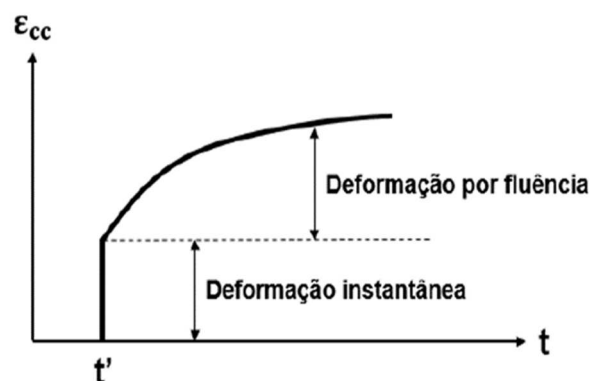
3.4 Fatores que influenciam nos deslocamentos

Existem fatores que afetam diretamente o aparecimento de deslocamentos em vigas de concreto, relacionadas tanto a suas características geométricas, como as cargas que podem atuar nelas. Alguns dos fatores que podem afetar o deslocamento são: propriedades dos materiais, assim como a resistência à compressão, módulo de elasticidade, resistência à tração, a fluência, a retração e a fissuração do concreto.

3.4.1 Fluência

Para Lazzari (2015), ao submeter corpos de prova de concreto a cargas de longa duração, instantaneamente apresenta-se uma deformação, chamada de imediata ou instantânea, seguida por uma deformação lenta que se desenvolve ao longo do tempo. Esta deformação ao longo do tempo é chamada de fluência. Sua principal característica é o aumento de deformações devido ao efeito de tensões constantes conforme apresenta-se na **Figura 3.1**.

Figura 3.1 Aumento das deformações devido ao efeito da fluência para o concreto sob tensões constantes.



Fonte: Lazzari (2015)

Segundo Cardona, Sanzogni e Storti (2006), os fatores que influenciam no desenvolvimento da fluência são: a composição do concreto, a cura inicial, as cargas e as tensões iniciais.

Duarte (2010) ressalta que entre as variáveis de maior incidência para o desenvolvimento da fluência, se encontra a umidade relativa do ambiente e o nível de tensão ao qual está sometida a peça, assim como o instante de aplicação do carregamento. A importância da umidade relativa radica na direta relação sobre o valor da deformação por fluência, pois a deformação é maior ao ar seco.

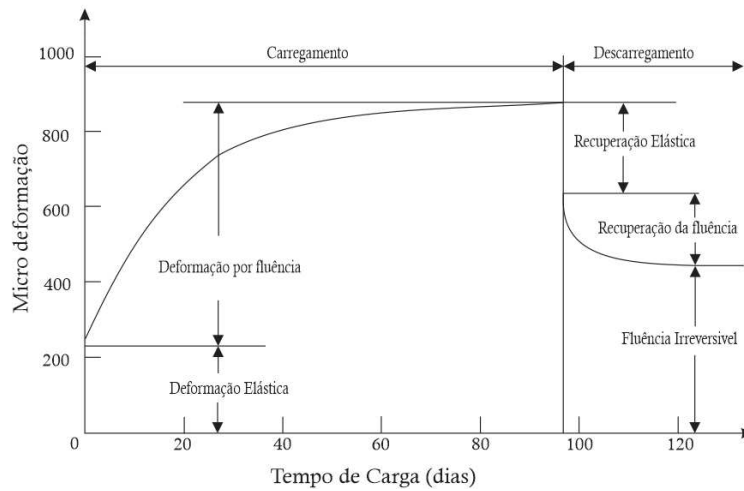
Para Santos (2006), outros fatores que influenciam no aumento da fluência são: a dimensão da peça, pois a deformação por fluência é menor em peças de grandes dimensões.

De acordo com Murcia (1987), os principais efeitos causados pela fluência estão relacionados ao aumento da deformabilidade da estrutura ao longo do tempo.

Metha e Monteiro (1994) afirmam que existem dois tipos de fluência, fluência básica e fluência de secagem. A fluência básica é aquela que ocorre mesmo que não haja perda de umidade do concreto para o ambiente e a fluência de secagem é aquela que ocorre no processo de secagem do concreto. Os autores destacam que na prática, esta diferenciação pode ser ignorada, desta forma, pode ser considerada como fluência a deformação que excede a deformação elástica e a deformação livre por secagem.

Quando uma peça de concreto que esteve sob carga por um determinado tempo é descarregada, a recuperação elástica, imediata, é aproximadamente da mesma ordem da deformação elástica resultante da primeira aplicação da carga, e é seguida por uma redução gradual da deformação chamada recuperação da fluência. A recuperação da fluência não é total, significando que uma parte da fluência é reversível e outra parte é irreversível, como apresentado na **Figura 3.2**. A fluência reversível pode ser atribuída à deformação elástica retardada do agregado (MANFREDINI, 2003).

Figura 3.2 Reversibilidade da fluência



Fonte: Adaptado de Neville (2013)

3.4.1.1 Formulação da deformação por Fluência – NBR 6118

Conforme a NBR 6118 (ANBT, 2014), quando as tensões no concreto são as de serviço, pode ser admitido que a deformação por fluência varia linearmente com a tensão aplicada, sendo a deformação por fluência no instante t estimada conforme a equação (3.1) apresentada a seguir para qualquer instante de tempo:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{ci}(28)} \varphi(t, t_0) \quad (3.1)$$

Sendo

σ_c , a tensão do concreto devido ao carregamento aplicado;

E_{ci} , o módulo de elasticidade inicial para $j=28$ dias;

$\varphi(t, t_0)$, o coeficiente de fluência.

O módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) deve ser obtido segundo ensaios estabelecidos pela NBR 8522 (ABNT, 2008), caso não forem realizados ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto utilizado, pode ser estimado através das seguintes equações:

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}, \quad \text{para } f_{ck} \text{ de } 20 \text{ MPa a } 50 \text{ MPa} \quad (3.2)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_e \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3}, \quad \text{para } f_{ck} \text{ de } 55 \text{ MPa a } 90 \text{ MPa} \quad (3.3)$$

Sendo

f_{ck} , a resistência característica a compressão do concreto;

α_e , o parâmetro em função da natureza do agregado, adotando valor igual a 1,2 para basalto e diabásio; 1,0 para granito e gnaiss; 0,9 para calcário; e 0,7 para arenito.

O coeficiente de fluência ($\varphi(t, t_0)$) válido também para tração, pode ser estimado a partir da seguinte equação:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d \quad (3.4)$$

Sendo

t , a idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias;

t_0 , a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, expressa em dias;

φ_a , o coeficiente de fluência rápida;

$\varphi_{f\infty}$, o coeficiente de deformação lenta irreversível;

$\beta_f(t)$, $\beta_f(t_0)$, os coeficientes relativos a deformação lenta irreversível;

$\varphi_{d\infty}$, o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível que é considerado igual a 0,4;

β_d , o coeficiente relativo a deformação lenta reversível.

A idade do concreto (t) é igual a idade fictícia quando o endurecimento é feito a temperatura ambiente de 20°C, quando não houver cura a vapor ou caso exista variação de temperatura, a idade fictícia a considerar é dada pela equação (3.5).

$$t = \alpha \sum \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i} \quad (3.5)$$

Para o cálculo da idade fictícia deve ser considerada a temperatura média diária do ambiente (T_i) expresso em graus Celsius, o período ($\Delta t_{ef,i}$) expresso em dias, durante o qual a temperatura média diária pode ser considerada constante, o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento (α), pode ser determinado através do emprego da **Tabela 3.1**, caso não existam dados experimentais.

Tabela 3.1 Valor do coeficiente dependente da velocidade de endurecimento para a fluência e a retração.

Cimento Portland(CP)	α	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

Legenda:

CPI e CP I-S- Cimento Portland comum

CP II-E,CP II e CP II-Z- Cimento Portland composto

CP III - Cimento Portland de alto forno

CP IV - Cimento Portland pozolânico

CP V -ARI -Cimento Portland de alta resistência inicial

RS- Cimento Portland resistente a sulfatos

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

O coeficiente de fluência rápida (φ_a), depende da função de crescimento da resistência do concreto com a idade $\frac{f_c(t_o)}{f_c(t_\infty)}$, e da classe de resistência do concreto, isto é para concretos de classes C20 a C45 dada pela equação (3.6), e para concretos de classes C50 a C90 dada pela equação (3.7), como apresentado a seguir:

$$\varphi_a = 0,8. \left[1 - \frac{f_c(t_o)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (3.6)$$

$$\varphi_a = 1,4. \left[1 - \frac{f_c(t_o)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (3.7)$$

O valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível ($\varphi_{f\infty}$), para concretos de classes C20 A C45 é dado pela equação (3.8), e para concretos de classes C50 a C90 dado pela equação (3.9) :

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} \quad (3.8)$$

$$\varphi_{f\infty} = 0,45 \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} \quad (3.9)$$

Para o cálculo do coeficiente de deformação lenta irreversível ($\varphi_{f\infty}$), deve ser considerado o coeficiente (φ_{1c}), que está em função da umidade relativa do ambiente (U),

expresso em porcentagem, e da consistência do concreto. A equação (3.10) é dada para abatimentos no intervalo de 5 cm a 9 cm e umidade menor ou igual a 90%.

$$\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035 U \quad (3.10)$$

Ressalta-se que para abatimentos entre 0 cm a 4 cm, o coeficiente (φ_{1c}) será 25% menor ao dado pela equação (3.10). Para abatimentos entre 10 cm a 15 cm será 25% maior. O coeficiente (φ_{2c}) dependente da espessura fictícia da peça (h_{fic}), é dada pela equação (3.11), como apresentado a seguir:

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (3.11)$$

Para o cálculo do coeficiente relativo a deformação lenta irreversível ($\beta_f(t)$), deve ser considerada a idade do concreto, isto é, a idade fictícia do concreto no instante considerado e ao ser feito o carregamento, assim como a espessura fictícia da peça. A seguir apresenta-se a equação para o cálculo da mesma:

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (3.12)$$

Com

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113;$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23;$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183;$$

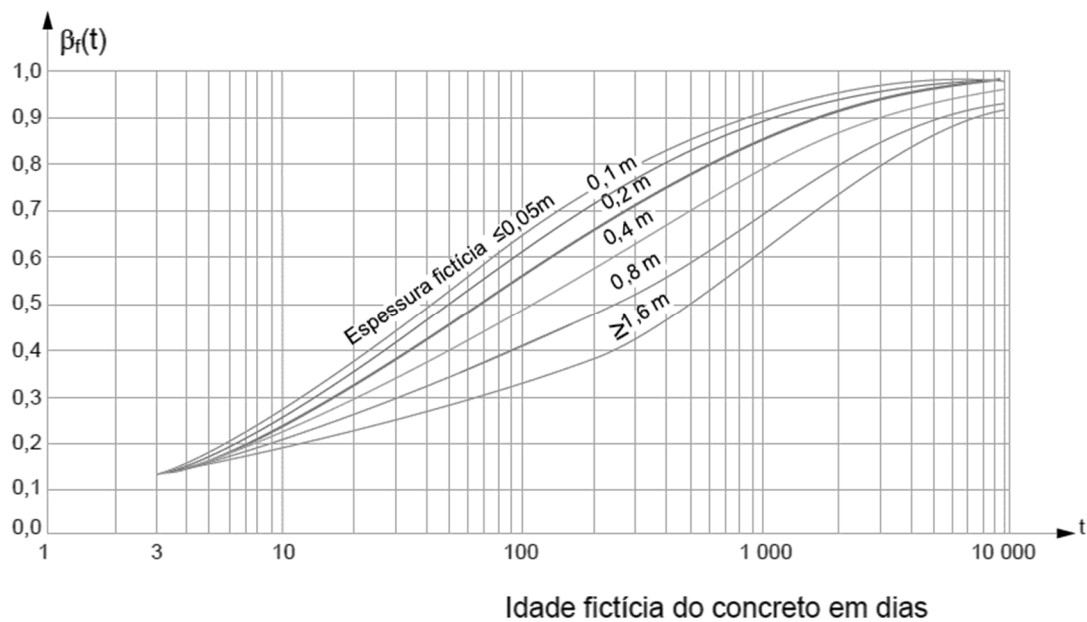
$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931;$$

Sendo

h , a espessura fictícia expressa em metros [m]. Para valores de h fora do intervalo ($0,05 \leq h \leq 1,6$), deve ser adotado os valores extremos;

O coeficiente ($\beta_f(t)$) também pode ser determinado a partir do seguinte ábaco apresentado na **Figura 3.3**.

Figura 3.3 Ábaco para determinação do coeficiente $\beta_f(t)$ relativa a deformação lenta por fluência



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Em casos onde não é necessária grande precisão, os valores finais do coeficiente de fluência do concreto $\varphi(t_\infty, t_0)$, podem ser obtidos por interpolação linear a partir da **Tabela 3.2**, em função da umidade média do ambiente e da espessura fictícia conforme equação (3.13).

Sendo A_c a área da seção transversal, u o perímetro da seção em contato com a atmosfera e γ o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente.

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u} \quad (3.13)$$

Deve ser considerado que os valores apresentados na tabela podem ser admitidos válidos para temperaturas entre 0°C a 40°C.

Tabela 3.2 Valores característicos superiores do coeficiente de fluência.

Umidade média ambiente %			40		55		75		90	
Espessura fictícia 2Ac/u cm			20	60	20	60	20	60	20	60
$\varphi(f_{ck}, t_0)$ Concretos das classes C20 a C45	t_0 dias	5	4,6	3,8	3,9	3,3	2,8	2,4	2	1,9
		30	3,4	3,0	2,9	2,6	2,2	2,0	1,6	1,5
		60	2,9	2,7	2,5	2,3	1,9	1,8	1,4	1,4
$\varphi(f_{ck}, t_0)$ Concretos das classes C50 a C90	t_0 dias	5	2,7	2,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5
		30	2,0	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,1
		60	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	1,0

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

3.4.1.2 Formulação da deformação por Fluência – CEB-FIP Model Code 1990

O Comité Euro-Internacional du Béton (CEB, 1993), propõe o modelo simplificado para o cálculo da fluência, para concretos estruturais com f_{ck} entre 12 Mpa e 80 Mpa, sob níveis de tensão em serviço $|\sigma_c| < 0,4f_{cm}(t_0)$, sendo t_0 a idade do carregamento em que a tensão é medida. A análise de estruturas em termos de deslocamento e tensões na seção devem ser direcionadas considerando-se a linearidade. O modelo proposto pelo CEB destaca que o concreto estrutural deve estar exposto em ambiente com umidade relativa entre 40% a 100%, e temperaturas medias entre 5°C e 30°C.

O alcance do modelo se estende a concretos submetidos a tensões de tração, embora as relações sejam direcionadas a previsão de efeitos de fluência em peças comprimidas.

Para o cálculo da deformação por fluência no tempo para tensões constantes, considerando a fluência como um fenômeno linearmente ligado a tensão, determina-se a deformação por fluência a partir do seguinte equacionamento:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \varphi(t, t_0) \quad (3.14)$$

Sendo

$\sigma_c(t_0)$, a tensão constante aplicada no tempo t_0 ;

E_{ci} , o módulo de elasticidade inicial aos 28 dias;

$\varphi(t, t_0)$, o coeficiente de fluência;

t , a idade do concreto no momento considerado (em dias);

t_0 , a idade do concreto no momento da aplicação da carga.

Na falta de dados de ensaios o cálculo do módulo de elasticidade aos 28 dias (E_{ci}), pode ser realizado utilizando a seguinte equação:

$$E_{ci} = 21500 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3} \quad (3.15)$$

Para a determinação do coeficiente de fluência em determinado tempo, deve ser considerado o coeficiente de fluência nominal (φ_0) e o coeficiente que descreve a evolução com o tempo após o carregamento ($\beta_c(t, t_0)$), como apresentado a seguir:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0) \quad (3.16)$$

O coeficiente de fluência nominal pode ser determinado conforme a equação apresentada a seguir:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \quad (3.17)$$

Com

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - (RH/100)}{0,46 \left(h_0/100 \right)^{1/3}} \quad (3.18)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{\left(f_{cm}/10 \right)^{0,5}} \quad (3.19)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} \quad (3.20)$$

Na equação (3.17) considera-se a umidade relativa do ambiente (RH) em porcentagem, assim como a espessura fictícia (h_0) dada por $2A_c/u$, sendo A_c a área da seção transversal da peça e u o perímetro em contato com a atmosfera. Já na equação (3.18), deve ser levado em conta a resistência média a compressão do concreto (f_{cm}), dada por $f_{cm} = f_{ck} + 8$ em Mpa.

A função que representa a evolução da fluência com o tempo é determinada a partir da equação a seguir:

$$\beta_c(t - t_0) = \left(\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0,3} \quad (3.21)$$

Com

$$\beta_H = 150 \left\{ 1 + \left(1,2 \frac{RH}{100} \right)^{18} \right\} \frac{h_0}{100} + 250 \leq 1500 \quad (3.22)$$

O modelo do CEB (1993), recomenda levar em consideração o efeito da temperatura nas propriedades do concreto, para isto, devem ser substituídas as idades por idades equivalentes (t_e), a idade equivalente é dada pela seguinte equação:

$$t_e = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[13,65 - \frac{4000}{273 + T_i} \right] \quad (3.23)$$

Na equação (3.23), a temperatura representada por T_i está em graus Celsius, e o número de dias em que a temperatura é assumida constante representada por Δt_i . Ressalta-se a validade da equação para temperaturas máximas de 80°C.

Para levar em consideração o diferente tipo de cimento, deve ser realizado um ajuste nas idades, aplicando a equação a seguir:

$$t_c = t_{0,t} \left(\frac{9}{2 + t_{0,t}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \text{ dias} \quad (3.24)$$

O coeficiente (α) varia em função do tipo de cimento, assumindo o valor de -1 para cimentos de endurecimento lento, 0 para cimentos de endurecimento normal e 1 para cimentos de alta resistência inicial.

3.4.2 Retração

Para Nunes e Figueiredo (2007), a retração do concreto consiste em uma variação volumétrica que ao longo do tempo, tem seu volume reduzido. A retração no concreto está associada à perda de água para o ambiente. A retração por secagem e a fluência são considerados geralmente em conjunto devido a serem aspectos de um mesmo fenômeno, sendo que a perda de água na retração não é provocada pela ação de cargas.

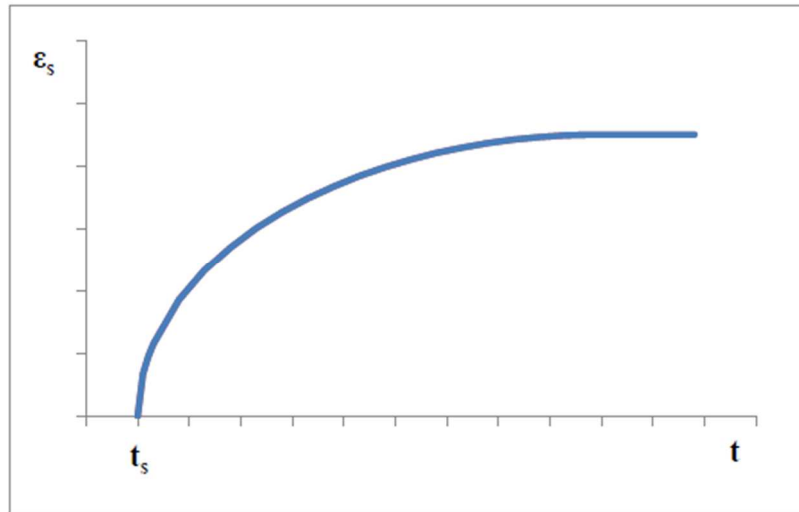
Para Neville (2013), a retração é causada pela evaporação de água, ou por hidratação do cimento, ou pela carbonatação. Este fenômeno, gera uma redução de volume de concreto, provocando deformações e esforços adicionais à estrutura. O fenômeno agrava-se para peças com grande volume. A magnitude aumenta por diversos fatores alguns deles são: a geometria do elemento estrutural, a quantidade de armadura de compressão e tração, as condições ambientais de umidade e temperatura, entre outros. O fenômeno de retração usualmente é dividido em retração autógena e retração por secagem.

Giani et al. (2008), afirma que a retração autógena, fenômeno causado pela variação de volume da água que se combina quimicamente com o cimento, não apresenta intervenções externas de variações de umidade, ocorrendo nas primeiras idades. Enquanto a retração por secagem gerada pela evaporação da água livre contida nos poros e capilares, ocorre ao longo do tempo.

Ressalta-se que a retração autógena é originada sem a perda de água para o exterior e é consequência da remoção da água dos poros capilares pela hidratação do cimento. Já a retração por secagem é influenciada pelas condições ambientais como umidade relativa, temperatura e vento (NEVILLE, 2013).

De acordo com Villalba (2015), entre os fatores que influem na retração pode ser citado o tipo e classe de cimento, a finura dos grãos de cimento, a presença de agregados finos no concreto, a quantidade de água na massa, umidade, temperatura do ambiente e condições de cura. A retração aumenta quando diminui a espessura da peça em contato com o ambiente, por ser o efeito de dessecação maior em relação ao volume da peça. A proteção e cura prolongada das superfícies da peça, especialmente em tempo seco, são fundamentais para diminuir a retração nas primeiras idades.

A retração é uma deformação imposta independentemente da tensão que atua na peça. Gera tensões de tração e por consequência fissuras, caso o encurtamento da peça de concreto esteja impedido. A deformação por retração ao longo do tempo pode ser representada por uma curva como mostrado na **Figura 3.4**.

Figura 3.4 Deformação por retração ao longo do tempo

Fonte: Villalba (2015)

3.4.2.1 Formulação da deformação por Retração – NBR 6118

Conforme a NBR 6118 (ANBT, 2014), o valor da retração do concreto depende da umidade relativa do ambiente, da consistência do concreto no lançamento e da espessura fictícia da peça. O cálculo da deformação por retração em qualquer instante de tempo é dado por:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \epsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (3.25)$$

Sendo

$\epsilon_{cs\infty}$, o valor final da retração;

$\beta_s(t), \beta_s(t_0)$, os coeficientes relativos a retração, no instante t e t_0 ;

t , a idade fictícia do concreto no instante considerado;

t_0 , a idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado.

O valor do coeficiente final de retração ($\epsilon_{cs\infty}$) está em função do coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto (ϵ_{1s}), além do coeficiente que depende da espessura fictícia da peça (ϵ_{2s}), conforme apresentado a seguir:

$$\epsilon_{cs\infty} = \epsilon_{1s} \epsilon_{2s} \quad (3.26)$$

Para o cálculo do coeficiente (ε_{1s}) deve ser considerada a umidade relativa do ambiente (U) expresso em porcentagem e da consistência do concreto. Para abatimentos entre 5 cm a 9 cm e umidade entre 40% e 90% o coeficiente pode ser obtido a partir da equação (3.27). Destaca-se que o coeficiente será 25% menor para abatimentos entre 0 e 4cm, e 25% maior para abatimentos entre 10 a 15 cm.

$$\varepsilon_{1s} = \left(-8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} - \frac{U^3}{133765} + \frac{U^4}{7608150} \right) 10^{-4} \quad (3.27)$$

O coeficiente (ε_{2s}) dependente da espessura fictícia da peça (h_{fic}), vem dada pela equação (3.28), como apresentado a seguir:

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} \quad (3.28)$$

A determinação do coeficiente relativo a retração ($\beta_s(t)$), vem dado pela equação (3.29), onde deve ser considerado a idade fictícia do concreto no instante considerado, e a espessura fictícia da peça.

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (3.29)$$

Com

$$A = 40;$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8;$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7;$$

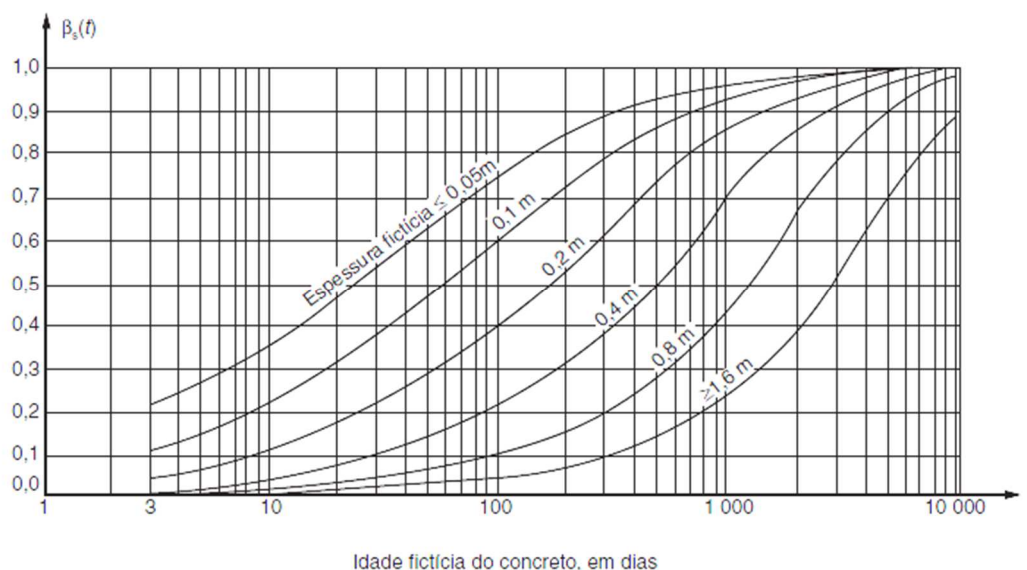
$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8;$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8;$$

Sendo

h , a espessura fictícia expressa em metros [m]. Para valores de h fora do intervalo ($0,05 \leq h \leq 1,6$), deve ser adotado os valores extremos;

O coeficiente ($\beta_s(t)$) relativa a deformação lenta por retração, também pode ser determinada a partir do seguinte ábaco apresentado na **Figura 3.5**.

Figura 3.5 Ábaco para determinação do coeficiente $\beta_s(t)$ relativa a deformação lenta por retração.

Idade fictícia do concreto, em dias
Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Para considerar os efeitos da temperatura na peça de concreto as idades reais devem ser substituídas por idades fictícias t e t_0 , devendo estas ser determinadas pela equação (3.5).

3.4.2.2 Formulação da deformação por Retração – CEB-FIP Model Code 1990

O Comité Euro-Internacional du Béton (CEB, 1993), propõe que o cálculo da deformação por retração em qualquer instante de tempo, pode ser obtido a partir da seguinte equação:

$$\varepsilon_{cs}(t - t_s) = \varepsilon_{cs0} \beta_s(t - t_s) \quad (3.30)$$

Sendo

ε_{cs0} , o coeficiente de retração;

β_s , o coeficiente que define o desenvolvimento da retração com o tempo;

t , a idade do concreto em dias;

t_s , a idade do concreto ao final da cura ($t > t_s$).

O coeficiente de retração (ε_{cs0}) pode ser determinado por meio da utilização da equação dada a seguir:

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \beta_{RH} \quad (3.31)$$

Para a determinação do $\varepsilon_s(f_{cm})$ calculado conforme equação (3.32), deve ser considerada a resistência média a compressão do concreto aos 28 dias de idade e o coeficiente dependente do tipo de cimento (β_{sc}) que pode assumir o valor igual a 4 para cimentos de endurecimento lento, 5 para cimentos de endurecimento normal e 8 para cimentos de alta resistência inicial.

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = \left[160 + 10\beta_{sc} \left(9 - \frac{f_{cm}}{10} \right) \right] 10^{-6} \quad (3.32)$$

Para a obtenção do coeficiente β_{RH} , deve ser considerada a umidade relativa do ambiente, o coeficiente β_{RH} , pode ser calculado utilizando-se a equação (3.33) para umidades menores a 99% e maiores a 40%, já para umidades superiores ao 99% utiliza-se a equação (3.34).

$$\beta_{RH} = -1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] \quad (3.33)$$

$$\beta_{RH} = +0,25 \quad (3.34)$$

A função que define o desenvolvimento da retração com o tempo $\beta_s(t - t_s)$, dependente da espessura fictícia do elemento estrutural (h_0) assim como as idades do concreto, calculada através da seguinte equação:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{t - t_s}{350 \left(\frac{h_0}{100} \right)^2 + t - t_s} \right]^{0,5} \quad (3.35)$$

Podem ser adotados os valores apresentado na **Tabela 3.3**, como valores finais de deformação por retração, para concretos com resistência entre 20 a 90 Mpa e cimentos de endurecimento normal.

Tabela 3.3 Valores finais de deformação específica de retração $\epsilon_{cs\omega}$ ($\times 10^{-5}$).

f_{ck} (Mpa)	Umidade relativa RH(%)					
	40	50	60	70	80	90
20	-68	-64	-57	-48	-36	-20
40	-54	-50	-45	-38	-28	-16
60	-39	-37	-33	-27	-20	-11
90	-17	-16	-15	-12	-9	-5

Fonte: Araújo (2014a)

3.5 Deformações em viga - Comportamento e estádios.

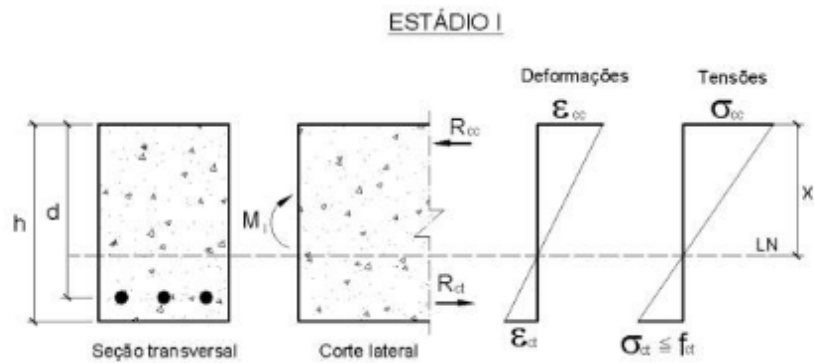
Considerando uma viga de concreto armado simplesmente apoiada, a qual é submetida a uma carga crescente, a mesma apresentará um momento fletor máximo que atuará na região central da viga. Durante o carregamento a seção transversal da viga passará por três níveis de deformações denominados estádios, estes estádios determinam o comportamento da viga (CHUST E RODRIGUES, 2013).

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a fissuração é um fenômeno inevitável em estruturas de concreto armado devido à grande variabilidade e a baixa resistência do concreto a tração, mesmo sob ações de serviço, valores críticos de tensões de tração são atingidos. O estado limite de formação de fissuras é aquele em que surge a primeira fissura na peça de concreto armado, sendo o estado atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a resistência de tração do concreto na flexão. A verificação do estado limite de formação de fissuras faz-se necessário para descobrir o estágio de comportamento da estrutura (Estádio I, II ou III).

Estádio I (estado elástico): para Pinheiro (2007), esta fase tem origem ao início da aplicação da carga, onde as tensões normais que surgem nas seções transversais são de baixa magnitude, o que permite ao concreto resistir as tensões de tração. Desta maneira a lei de Hooke pode ser considerada válida para obter-se o diagrama de tensões ao longo da seção transversal.

No estágio I é calculado o momento de fissuração (M_r), que separa o estágio I do estágio II. Conhecido esse momento é possível calcular a armadura mínima capaz de absorver as tensões causadas por um momento fletor da mesma magnitude. Uma vez fissurada a seção transversal, encerra-se o estágio I. Na **Figura 3.6** se observa o comportamento da seção transversal de uma viga de concreto armado no estágio I.

Figura 3.6 Comportamento do concreto a flexão pura (Estádio I)



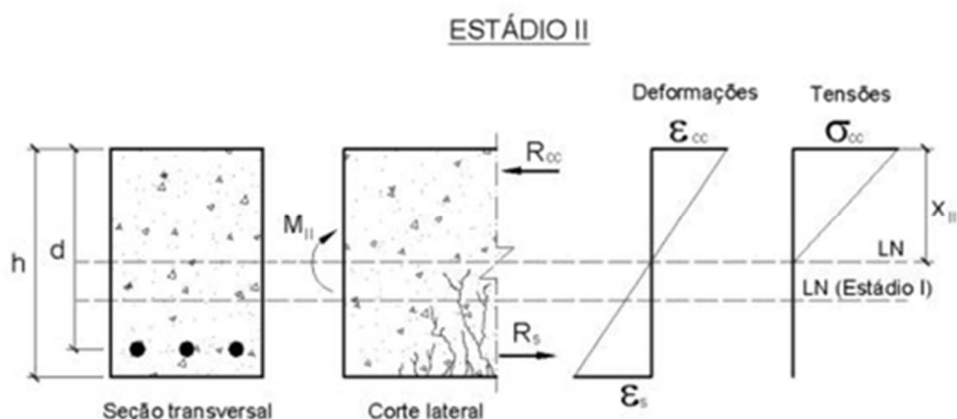
Fonte: Pinheiro (2007)

A tensão de tração no concreto no estágio I não ultrapassa sua resistência característica a tração (f_{ctk}), e não há fissuras de flexão visíveis, ressalta-se que nesse estágio o diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear, e as tensões nas fibras mais comprimidas são proporcionais as deformações, correspondendo ao trecho linear do diagrama tensão-deformação do concreto (CUNHA, 2011).

Estádio II (estado de fissuração): para Chust e Rodrigues (2013), com o crescimento das cargas, o momento fletor na região central da viga biapoiada aumenta. As tensões de tração assumem valores superiores ao da resistência características do concreto a tração, permitindo que as fissuras se movimentem no sentido da borda comprimida, provocando tensões maiores na armadura podendo esta até escoar. Nesse estágio, admite-se que a tensão de compressão contínua linear sobre a linha neutra.

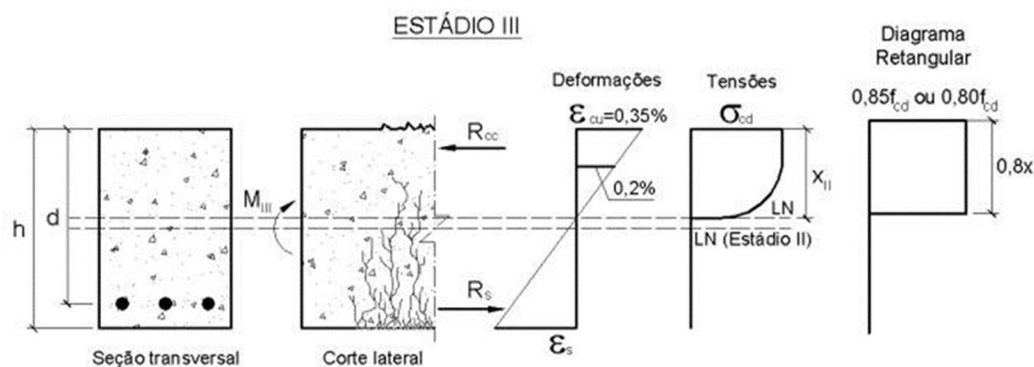
Por tanto este estágio é caracterizado pela presença de fissuras nas zonas de tração, e o concreto situado nessas regiões é desprezado (CUNHA, 2011).

Na **Figura 3.7**, observa-se comportamento do concreto no estágio II, culminando esta fase com a plastificação do concreto comprimido.

Figura 3.7 Comportamento do concreto no estágio II

Fonte: Pinheiro (2007)

Estádio III: para Pinheiro (2007), com o aumento do momento fletor a zona comprimida passa a ficar plastificada e próximo da ruína. Supõe-se que a distribuição das tensões no concreto ocorra segundo um diagrama do tipo parábola retângulo. Para efeitos de cálculo, a norma brasileira considera um diagrama retangular equivalente, como pode ser observado na **Figura 3.8**.

Figura 3.8 Comportamento do concreto no estágio III

Fonte: Pinheiro (2007)

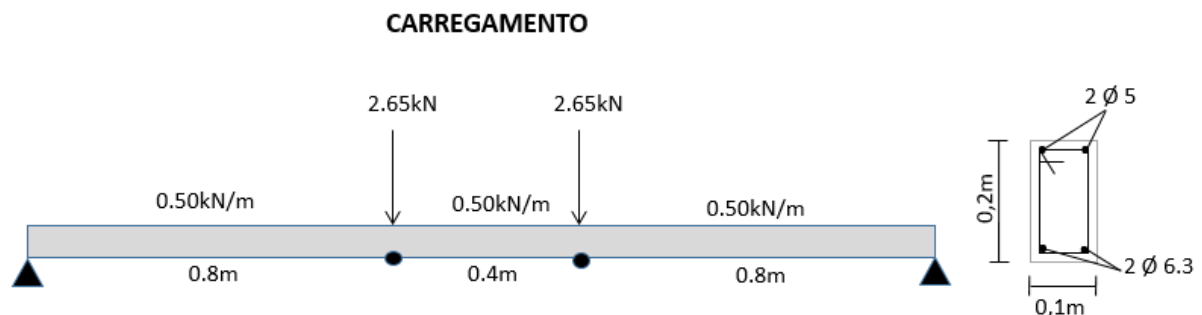
O estágio I e II correspondem à situação de serviço, isto é, quando atuam as ações reais de uma edificação. Por outro lado, o estágio III corresponde ao estado limite ultimo onde as ações devem ser majoradas e as resistências minoradas (CHUST E RODRIGUES, 2013).

3.6 Descrição de um estudo experimental para a determinação de flechas em vigas de concreto armado.

Manfredini (2003) realizou um estudo experimental sob vigas biapoiadas de concreto armado submetidas a flexão simples, para a determinação de flechas, monitorando as variáveis durante um período de 180 dias.

As vigas elaboradas apresentavam seções transversais retangulares e dimensões de 10 x 20 cm e comprimento total de 200 cm, sendo as vigas submetidas a dois tipos de carregamento, isto é, concentrada e distribuída, na **Figura 3.9** apresenta-se o modelo de carregamento e seção transversal.

Figura 3.9 Modelo de carregamento e seção transversal.



Fonte: Adaptado de Manfredini (2003)

As armaduras longitudinais inferiores e superiores das vigas de concreto eram compostas por duas barras de aço com diâmetro de 6,3 mm e 5,0 mm respectivamente. Já a armadura transversal composta por estribos de aço com diâmetro de 5,0 mm, espaçadas de 8 cm, e cobrimento igual a 2 cm.

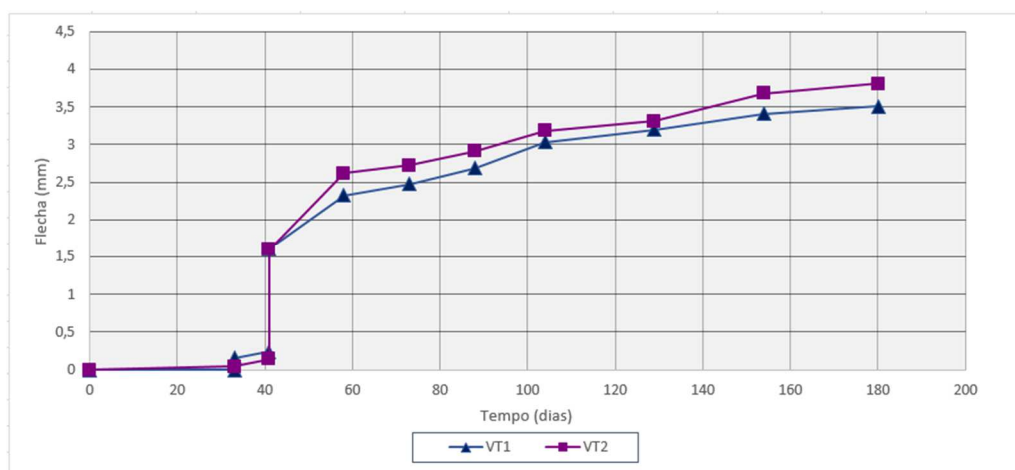
Os resultados de abatimento e resistência a compressão para as vigas convencionais (VT1 e VT2) e de alta resistência (VA1 e VA2) obtidos pela referência apresenta-se na **Tabela 3.4**

Tabela 3.4 Valores do ensaio de abatimento de cone e resistência a compressão para as vigas.

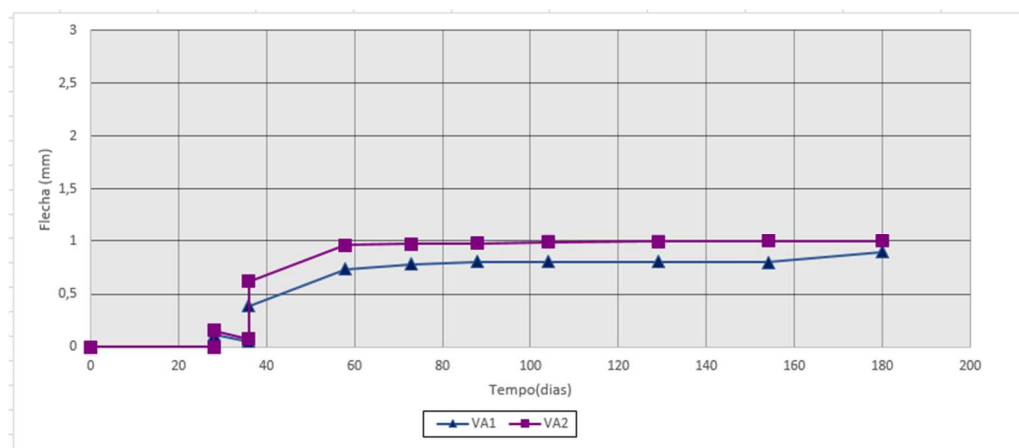
Vigas	Slump	Resistencia a compressão
	[mm]	28 dias [MPa]
VT1	70	13,5
VT2	60	13,1
VA1	35	52,5
VA2	25	51,5

Fonte: Adaptado de Manfredini (2003)

Na **Figura 3.10** e **3.11** apresenta-se a flecha em função do tempo das vigas VT1 e VT2, VA1 e VA2, ensaiadas por Manfredini (2003).

Figura 3.10 Flecha ao longo do tempo das vigas VT1 e VT2

Fonte: Adaptado de Manfredini (2003)

Figura 3.11 Flecha ao longo do tempo das vigas VA1 e VA2

Fonte: Adaptado de Manfredini (2003)

4. MODELOS SIMPLIFICADOS PARA ESTIMATIVA DE FLECHAS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

4.1 Formulação dos Métodos Simplificados

Os métodos simplificados são métodos baseados em métodos analíticos, que permitem obter estimativas do comportamento do concreto. Através desses métodos pode-se obter valores aproximados, que são de muita ajuda na fase preliminar do projeto (VILLALBA, 2015).

Existem alguns métodos simplificados disponíveis na literatura para o cálculo da flecha em vigas de concreto armado. Além determinar a flecha instantânea, tais métodos levam em consideração os efeitos de longo prazo, como a fluência e retração do concreto.

Neste trabalho foram estudados diferentes métodos que permitem estimar as flechas instantâneas e diferidas, geradas em uma viga de concreto armado devido a um carregamento aplicado. Os métodos simplificados abordados neste trabalho são: Método para o cálculo de flechas propostos pela NBR 6118/14, o Método da NBR 6118 Modificado, o Método Bilinear, e o Método do CEB-FIP Model Code 1990.

4.1.1 Método NBR 6118/14

4.1.1.1 Flecha imediata

Para o cálculo de flechas em vigas, a NBR 6118 (ABNT, 2014) baseia-se no processo simplificado apresentado pela ACI-318. Neste método as flechas instantâneas são determinadas a partir das formulações propostas por Branson (1963).

Segundo Chust e Rodrigues (2013), o modelo proposto por Branson define um momento de inércia para elementos de concreto, que representa as seções fissuradas e não fissuradas. O método segue um modelo semi-probabilístico, que considera variações de tensões ao longo da seção transversal e do comprimento da viga, utilizando-se métodos empíricos que proporcionam a média das inércias. Dessa forma, o método de Branson descreve o efeito da fissuração do concreto no cálculo das flechas imediatas, quando as mesmas se encontram submetidas à flexão.

O procedimento descrito por Branson para o cálculo da inércia equivalente, utiliza o valor médio da inércia entre o estágio I e estágio II puro, a expressão da inércia intermediária apresenta-se a seguir:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n\right] \cdot I_{II} \quad (4.1)$$

Sendo:

I_m , o momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda a peça;

I_I , o momento de inércia no estágio I;

I_{II} , o momento de inércia no estágio II;

M_r , o momento de fissuração do concreto;

M_{at} , o momento atuante de serviço na seção mais solicitada.

O índice (n) está em função do tipo de análise realizada na peça e pode adotar os seguintes valores:

$n = 4$ quando é analisado uma seção da peça;

$n = 3$ quando a análise é realizada ao longo de todo o comprimento da peça.

Para o cálculo da rigidez da viga a NBR 6118 (ABNT, 2014), propôs uma modificação na fórmula desenvolvida por Branson. A modificação considera o módulo de elasticidade secante (E_{cs}), facilitando a obtenção da rigidez equivalente do elemento ($(E \cdot I)_{eq}$). A modificação é apresentada na seguinte equação:

$$(E \cdot I)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (4.2)$$

Sendo:

E_{cs} , o módulo de elasticidade secante do concreto;

I_c , o momento de inércia da seção bruta;

I_{II} , o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

E_s , o módulo de elasticidade do aço de armadura passiva que pode ser admitido igual a 210 GPa na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante;

M_a , o momento fletor na seção crítica do vão considerado;

M_r , o momento de fissuração.

O módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs}), pode ser obtido a partir do módulo de elasticidade inicial (E_{ci}) e o coeficiente (α_i), como apresentado na equação a seguir:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (4.3)$$

O módulo de elasticidade inicial pode ser obtido utilizando a equação (3.2) ou (3.3), já o coeficiente α_i deve ser determinado por meio da equação (4.4), levando em conta o valor da resistência característica do concreto aos 28 dias, como apresentado:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1 \quad (4.4)$$

Na NBR 6118 encontra-se a **Tabela 4.1**, com os valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica a compressão do concreto.

Tabela 4.1 Valores estimados de módulo de elasticidade.

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	4
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,9	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), as estruturas de concreto atuam parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II, a transição entre o estágio I e o estágio II é definida pelo momento de fissuração (M_r) calculado pela seguinte equação:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (4.5)$$

Sendo:

y_t , a distância do centroide da seção a fibra mais tracionada;

f_{ct} , a resistência a tração direta do concreto;

α , o coeficiente dependente do tipo de seção transversal, assumindo o valor 1,2 para seções T ou duplo T; 1,3 para seções I ou T invertido; e 1,5 para seções retangulares.

Uma vez determinada a rigidez equivalente de uma viga de concreto armado, através da formulação proposta pela NBR 6118/14 descrita anteriormente, calcula-se a flecha imediata da peça a partir das formulações que derivam da teoria da resistência dos materiais.

De acordo com Araújo (2014b), para uma viga biapoiada com seção retangular, o cálculo da flecha imediata ($w(t_0)$) pode ser realizado utilizando a equação (4.6), que considera a colaboração do concreto entre fissuras a partir da rigidez equivalente e carregamento uniformemente distribuído.

$$w(t_0) = \frac{5}{384} \frac{P_k L^4}{(E.I)_{eq}} \quad (4.6)$$

Sendo:

P_k , a carga de serviço uniformemente distribuída;

L , o comprimento da viga.

4.1.1.2 Flecha diferida

A NBR 6118 (ABNT, 2014), indica que, para o cálculo da flecha adicional diferida (Δw) decorrente das cargas de longa duração, em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata por um fator (α_f), como apresentado na equação (4.7).

$$\Delta w = w(t_0) \alpha_f \quad (4.7)$$

O fator (α_f) depende do coeficiente ($\Delta \xi$) e da taxa de armadura longitudinal de compressão na seção crítica da peça (ρ'), como apresentado a seguir:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad (4.8)$$

A determinação do coeficiente ($\Delta \xi$) depende do tempo. Considera o tempo quando se deseja o valor da flecha diferida (t) e a idade relativa a data de aplicação da carga de longa duração (t_0), dado pela equação apresentada a seguir:

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (4.9)$$

Com

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) t^{0,32}, \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (4.10)$$

$$\xi(t) = 2, \quad \text{para } t > 70 \text{ meses} \quad (4.11)$$

No caso das parcelas de carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar para t_0 o valor ponderado, como:

$$t_0 = \frac{\sum P_i t_{0i}}{\sum P_i} \quad (4.12)$$

Sendo

P_i , as parcelas de carga;

t_{0i} , a idade em que se aplicou cada parcela P_i .

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), o valor do coeficiente em função do tempo ($\xi(t)$) pode ser obtido diretamente a partir da **Tabela 4.2**, apresentada a seguir:

Tabela 4.2 Valores do coeficiente em função do tempo.

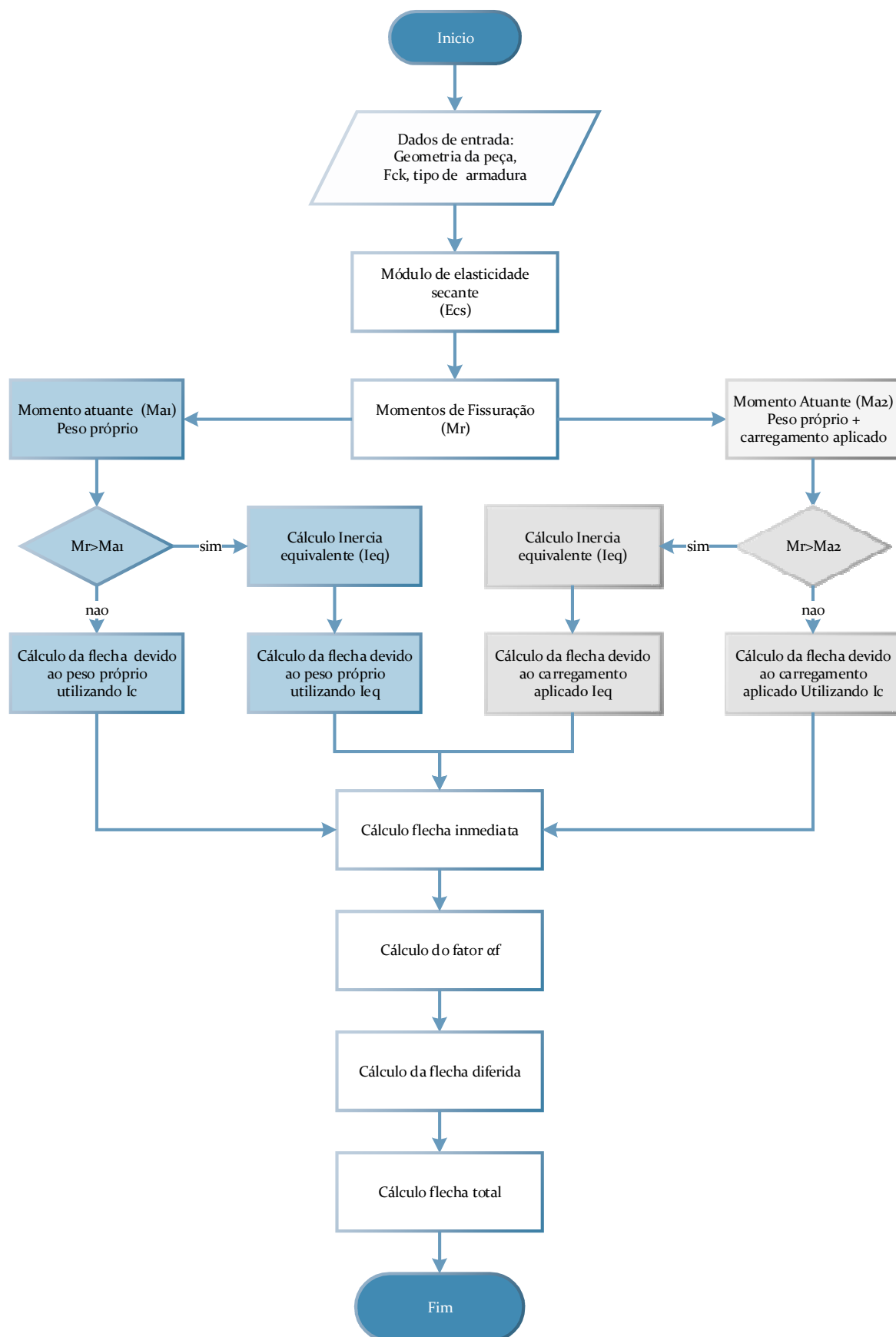
Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

A flecha total (W) em qualquer instante de tempo, pode ser determinada através da soma da flecha imediata e da flecha adicional diferida, assim também como pode ser obtida a partir da multiplicação da flecha imediata pelo fator $(1 + \alpha_f)$, resumidamente apresenta-se a equação para o cálculo da flecha total:

$$W = w(t_0) + \Delta w = w(t_0) \cdot (1 + \alpha_f) \quad (4.13)$$

Com a finalidade de entender o procedimento prescrito pela norma, apresenta-se na **Figura 4.1** o fluxograma de cálculo de flechas imediatas e diferidas de uma maneira didática.

Figura 4.1 Fluxograma correspondente ao método de cálculo de flechas conforme NBR 6118/14

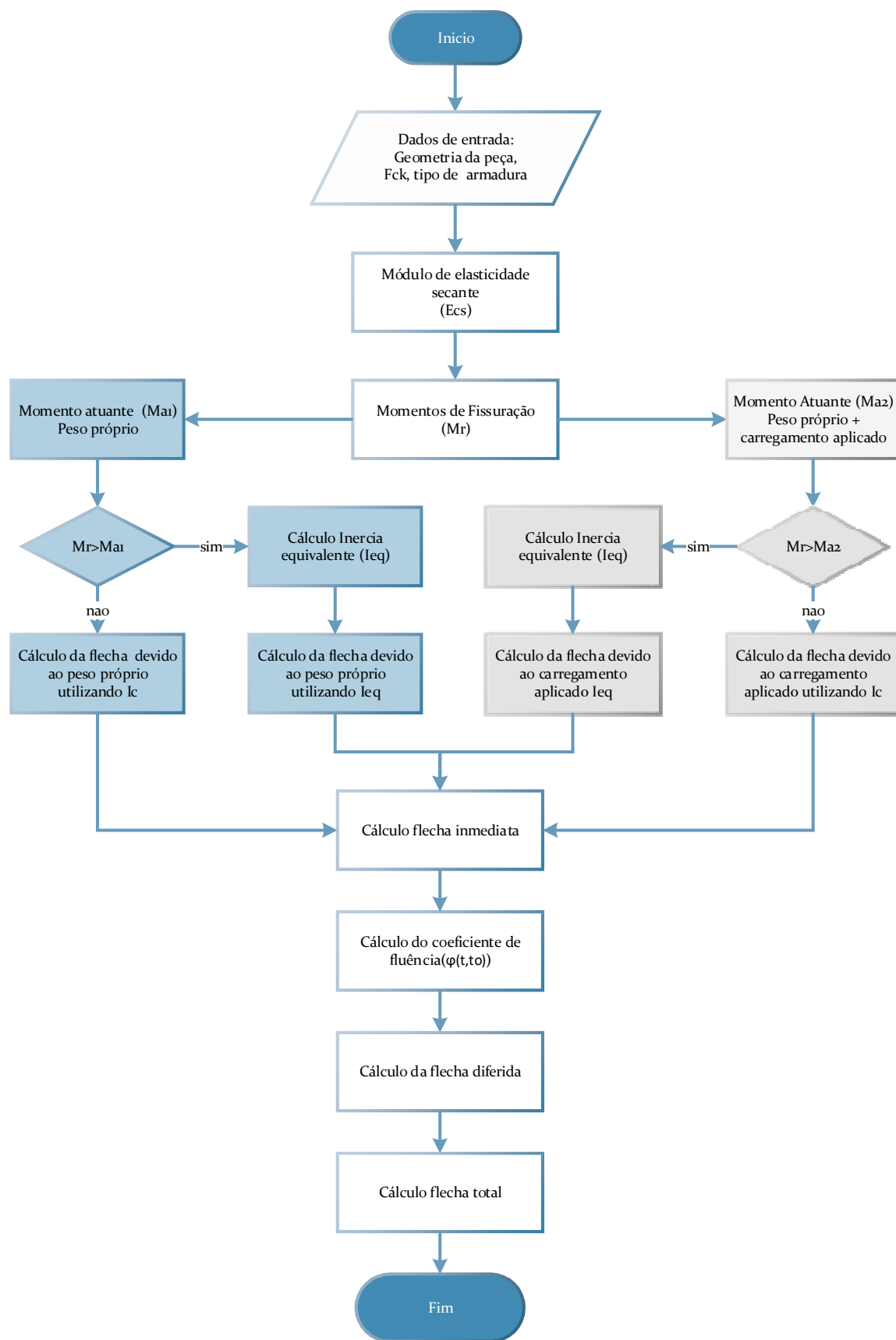
4.1.2 Método NBR 6118 – Modificado

Este método prescreve o cálculo da flecha imediata, a partir da formulação proposta pela NBR 6118/14, conforme descrito no item 4.1.1.1.

Manfredini (2003) propõe que em situações específicas ou em situações próximas ao momento de fissuração, quando a tensão não varia significativamente, a flecha total pode ser calculada, a partir da substituição do fator (α_f) pelo coeficiente de fluência ($\varphi(t, t_0)$) da equação (4.13), sendo o coeficiente de fluência ($\varphi(t, t_0)$), obtido conforme o Anexo A da NBR 6118/14. Assim o valor da flecha total pode ser calculado a partir da equação:

$$W = w(t_0) \cdot (1 + \varphi(t, t_0)) \quad (4.14)$$

A seguir apresenta-se na **Figura 4.2** o fluxograma da metodologia de cálculo de flechas imediatas e diferidas conforme o método NBR 6118-Modificado para um melhor entendimento.

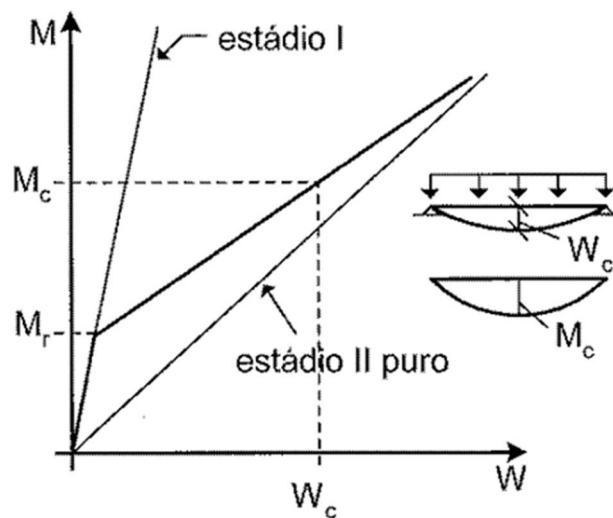
Figura 4.2 Fluxograma do método de cálculo de flechas conforme NBR 6118/14 Modificado.

4.1.3 Método Bilinear – CEB

O método Bilinear desenvolvido pelo Comitê Euro-International du Béton (1985), indica que a flecha de uma viga pode ser obtida por meio de um valor intermediário entre a flecha calculada com rigidez no estágio I e a flecha calculada com rigidez no estágio II puro. Para a determinação do valor intermediário das flechas entre o estágio I e estágio II puro, é utilizado um coeficiente de distribuição (η), que considera a colaboração do concreto entre fissuras.

O método pode ser representado por meio da **Figura 4.3**, que ilustra a relação linear existente entre a flecha calculada no estágio I e o estágio II puro.

Figura 4.3 Relação momento- flecha bilinear



Fonte: Araújo (2014b)

O CEB estabelece que o cálculo da flecha total (W) em uma seção de referência, pode ser determinado utilizando a seguinte equação:

$$W = (1 - \eta) W_1 + \eta W_2 \quad (4.15)$$

Sendo

η , o coeficiente de distribuição

W_1 , a flecha da viga no estágio I;

W_2 , a flecha da viga no estágio II puro;

O coeficiente de distribuição é calculado pelas equações (4.16) e (4.17), condicionadas pelo momento atuante e o momento fissuração.

$$\eta = 0, \quad \text{se } M_a < M_r \quad (4.16)$$

$$\eta = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \frac{M_r}{M_a}, \quad \text{se } M_a > M_r \quad (4.17)$$

Os parâmetros β_1 e β_2 são coeficientes que estão em função da qualidade da aderência das armaduras e da influência da duração ou repetição das cargas respectivamente, podendo-se adotar os seguintes valores:

$\beta_1 = 1$ para barras de alta aderência;

$\beta_1 = 0,5$ para barras lisas;

$\beta_2 = 1$ para o primeiro carregamento;

$\beta_2 = 0,5$ para cargas de longa duração ou para um grande número de ciclos de carga.

Araújo (2014b) descreve que a flecha da viga no estágio I e no estágio II puro, pode ser determinada por meio do somatório da flecha imediata e dos incrementos da flecha gerados pelo efeito da fluência e retração, como apresentado nas equações (4.18) e (4.19), respectivamente.

$$W_1 = W_1(t_0) + (\Delta W_1)_{cc} + (\Delta W_1)_{cs} \quad (4.18)$$

$$W_2 = W_2(t_0) + (\Delta W_2)_{cc} + (\Delta W_2)_{cs} \quad (4.19)$$

Sendo

$W_1(t_0)$ e $W_2(t_0)$, as flechas imediatas no estágio I e II puro, respectivamente;

$(\Delta W_1)_{cc}$ e $(\Delta W_2)_{cc}$, os incrementos da flecha decorrente da fluência no estágio I e II puro, respectivamente;

$(\Delta W_1)_{cs}$ e $(\Delta W_2)_{cs}$, os incrementos da flecha decorrente da retração no estágio I e o estágio II puro, respectivamente.

Para a determinação da flecha imediata no estágio I ($W_1(t_0)$), pode ser utilizada a formulação que deriva da teoria da resistência dos materiais, sendo a rigidez calculada no estágio I por meio da equação (4.20), que leva em consideração a característica geométrica da peça, isto é a base da viga (b), a distância desde o centro de gravidade das barras até o topo da peça (d), o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) e o coeficiente (k_1), como apresentado a seguir.

$$K_1 = k_1 b d^3 E_{cs} \quad (4.20)$$

Com

$$k_1 = \frac{1}{6} [2\delta^3 + 3\delta^2 - 1 + 3\xi(1 - \delta^2)] + n\rho'(\xi - \delta)(1 - \delta) \quad (4.21)$$

Sendo

δ , a relação entre a distância d e d' (i.e, distância tomada desde o topo da viga até o centro de gravidade da armadura negativa e a distância tomada desde o topo da viga até o centro de gravidade da armadura positiva, respectivamente);

ξ , a relação entre a profundidade da linha neutra no estágio I e a distância (d) tomada desde o topo da peça até o centro de gravidade da armadura positiva;

n , a relação entre o módulo de elasticidade de aço e o módulo de elasticidade secante do concreto;

ρ' , a taxa de armadura a compressão.

Para a determinação da flecha imediata no estágio II puro ($W_2(t_0)$), deve ser determinada a rigidez no estágio II, utilizando a seguinte equação:

$$K_2 = k_2 b d^3 E_{cs} \quad (4.22)$$

Com

$$k_2 = \frac{1}{6} \xi^2 (3 - \xi) + n\rho'(\xi - \delta)(1 - \delta) \quad (4.23)$$

$$\xi = -n(\rho + \rho') + \sqrt{n^2(\rho + \rho')^2 + 2n(\rho + \delta\rho')} \quad (4.24)$$

Sendo

ρ = taxa de armadura a tração

Os incrementos da flecha decorrente da fluência no estágio I e II puro ($(\Delta W_1)_{cc}$ e $(\Delta W_2)_{cc}$), podem ser obtidos por meio da equação (4.25) e (4.26), que levam em consideração parâmetros como coeficiente ($r_{cc1,2}$), coeficiente de fluência ($\varphi(t, t_0)$), e a parcela da flecha imediata ($W_{1,2}(t_0)$) calculada no estágio I e II puro.

$$(\Delta W_1)_{cc} = r_{cc1} \varphi(t, t_0) W_1(t_0) \quad (4.25)$$

$$(\Delta W_2)_{cc} = r_{cc2} \varphi(t, t_0) W_2(t_0) \quad (4.26)$$

Por outro lado os incrementos da flecha decorrente da retração $((\Delta W_1)_{cs}$ e $(\Delta W_2)_{cs}$) correspondente ao estágio I e II puro, são determinados utilizando-se as equações (4.27) e (4.28), como apresentado a seguir para vigas biapoeadas com comprimento l :

$$(\Delta W_1)_{cs} = r_{cs1} \varepsilon_{cs} \frac{l^2}{8d} \quad (4.27)$$

$$(\Delta W_2)_{cs} = r_{cs2} \varepsilon_{cs} \frac{l^2}{8d} \quad (4.28)$$

Araújo (2014b), apresenta os valores dos coeficientes $(r_{cc1,2}$ e $r_{cs1,2}$), por meio de tabelas, que levam em consideração as taxas de armadura a compressão e tração, a relação entre o módulo de elasticidade do aço, o módulo de deformação secante do concreto, do envelhecimento e fluência do concreto.

4.1.4 Método Bilinear – Modificado

Marí et al. (2009), propõe que a flecha total de uma viga de concreto pode ser determinada a partir da soma da flecha instantânea $(W(t_0))$, adicionando os incrementos da flecha decorrente da fluência e retração. Os resultados dessa formulação são muito próximos do método Bilinear proposto pelo CEB. A seguir apresenta-se a formulação para o cálculo da flecha total:

$$W = W(t_0) + \Delta W_c + \Delta W_s \quad (4.29)$$

Sendo

ΔW_c , o incremento decorrente da fluência;

ΔW_s , o incremento decorrente da retração.

Ressalta-se que a flecha instantânea é calcula a partir do Método Bilinear proposto pelo CEB, e os incrementos de fluência e retração são propostos por Marí et al. (2009).

O incremento de flecha decorrente da fluência pode ser obtido a partir da multiplicação da flecha instantânea e do fator de curvatura, conforme a equação:

$$\Delta W_c = W(t_0) \frac{x_0}{d} \frac{0,84 \varphi(t, t_0) - 0,2}{1 + 12 n \rho'} \quad (4.30)$$

Com

$$\frac{x_0}{d} = \frac{0,18 + 1,8 n \rho}{1 + \frac{\rho' d'}{\rho d}} \quad (4.31)$$

Sendo

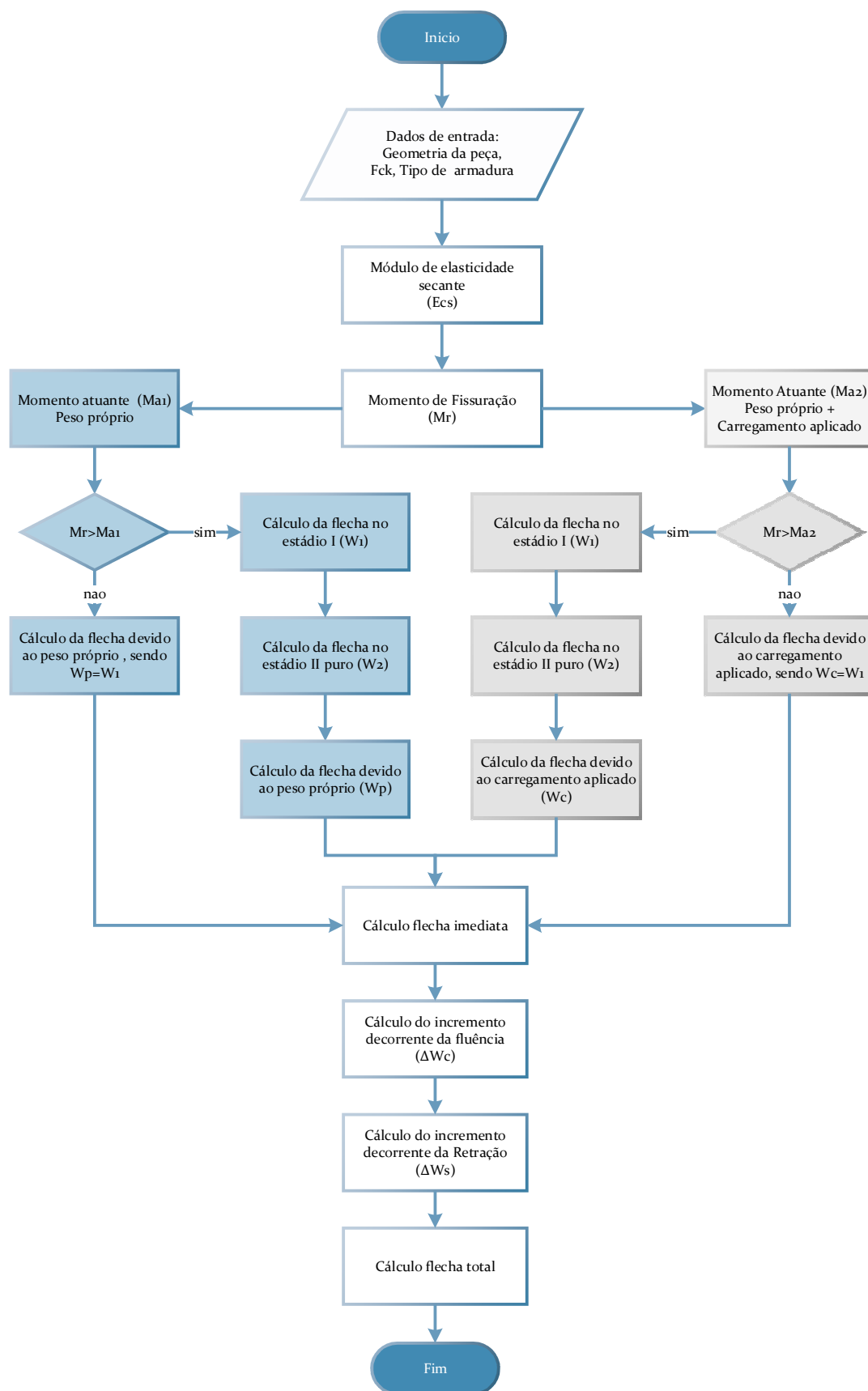
x_0 , a profundidade da linha neutra.

O incremento da flecha devido a retração é obtido a partir da integração da curvatura de retração ao longo do comprimento da viga, considerando as condições de contorno. De forma simplificada pode-se assumir a curvatura como sendo constante, com isto a flecha devido a retração é determinada a partir da seguinte equação:

$$\Delta W_s = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)}{d} \frac{1}{1 + 12 n \rho'} k_s \frac{l^2}{8} \quad (4.32)$$

Ressalta-se que o coeficiente k_s , depende das condições de apoio da viga, sendo igual a 1 para vigas simplesmente apoiadas.

A seguir na **Figura 4.4**, apresenta-se o Fluxograma com a metodologia de cálculo da flecha total para um melhor entendimento.

Figura 4.4 Fluxograma do método de cálculo de flechas conforme Método Bilinear - Modificado.

4.1.5 Método CEB-FIP Model Code 1990

Segundo Junges (2011), o método do CEB-FIP MODEL CODE 1990 (CEB, 1993), descrito pelo Comitê Internacional do Beton, está baseado no método bilinear. A flecha é estimada de forma simples e prática levando em conta o efeito gerado pela fluência. A equação foi adaptada para seções transversais retangulares, tendo em conta a rigidez calculada por meio do módulo secante do concreto e momento de inércia da seção transversal bruta do concreto.

O cálculo das flechas totais submetidas a carregamentos de longa duração, pode ser desenvolvido por uma relação bilinear entre a carga e a deflexão descrita conforme a equação (4.32) utilizada para momentos atuantes menores que o momento de fissuração. A equação (4.33) é utilizada para seções fissuradas de concreto armado.

$$W = (1 + \varphi(t, t_0)) W(t_0), \quad \text{para } M_a < M_r \quad (4.32)$$

$$W = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot K_t \cdot (1 - 20 \rho') W(t_0), \quad \text{para } M_a > M_r \quad (4.33)$$

Sendo

K_t , o fator de correção que considera os efeitos da fluência com respeito a taxa de armadura tracionada, podendo ser estimada conforme a **Tabela 4.3**.

Tabela 4.3 Fator de correção $K(t)$.

ρ_m	0,15	0,2	0,3	0,5	0,75	1,0	1,5
K_t	10	8	6	4	3	2,5	2

Fonte: Adaptado do CEB (1993)

A percentagem média de reforço ρ_m , pode ser determinada de acordo com o diagrama do momento fletor para as vigas contínuas apresentado na **Figura 4.5**, e através da seguinte equação:

$$\rho_m = \rho_a \frac{l_a}{l} + \rho_c \frac{l_0}{l} + \rho_b \frac{l_b}{l} \quad (4.34)$$

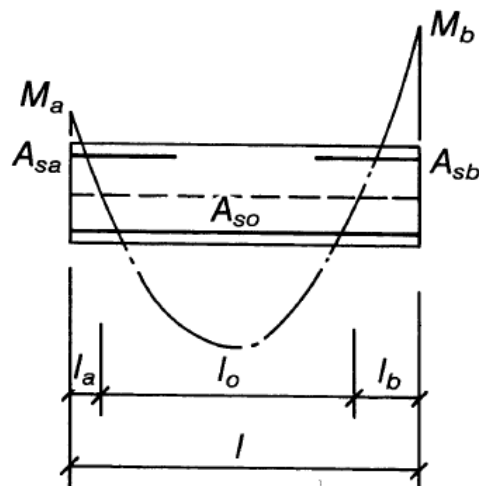
Sendo

ρ_a e ρ_b , a taxa de armadura tracionada/comprimida nos apoios a direita e a esquerda da viga, respectivamente;

ρ_c , a taxa de armadura na seção do momento máximo;

l_a e l_b , o comprimentos estimados até o ponto de momento fletor nulo.

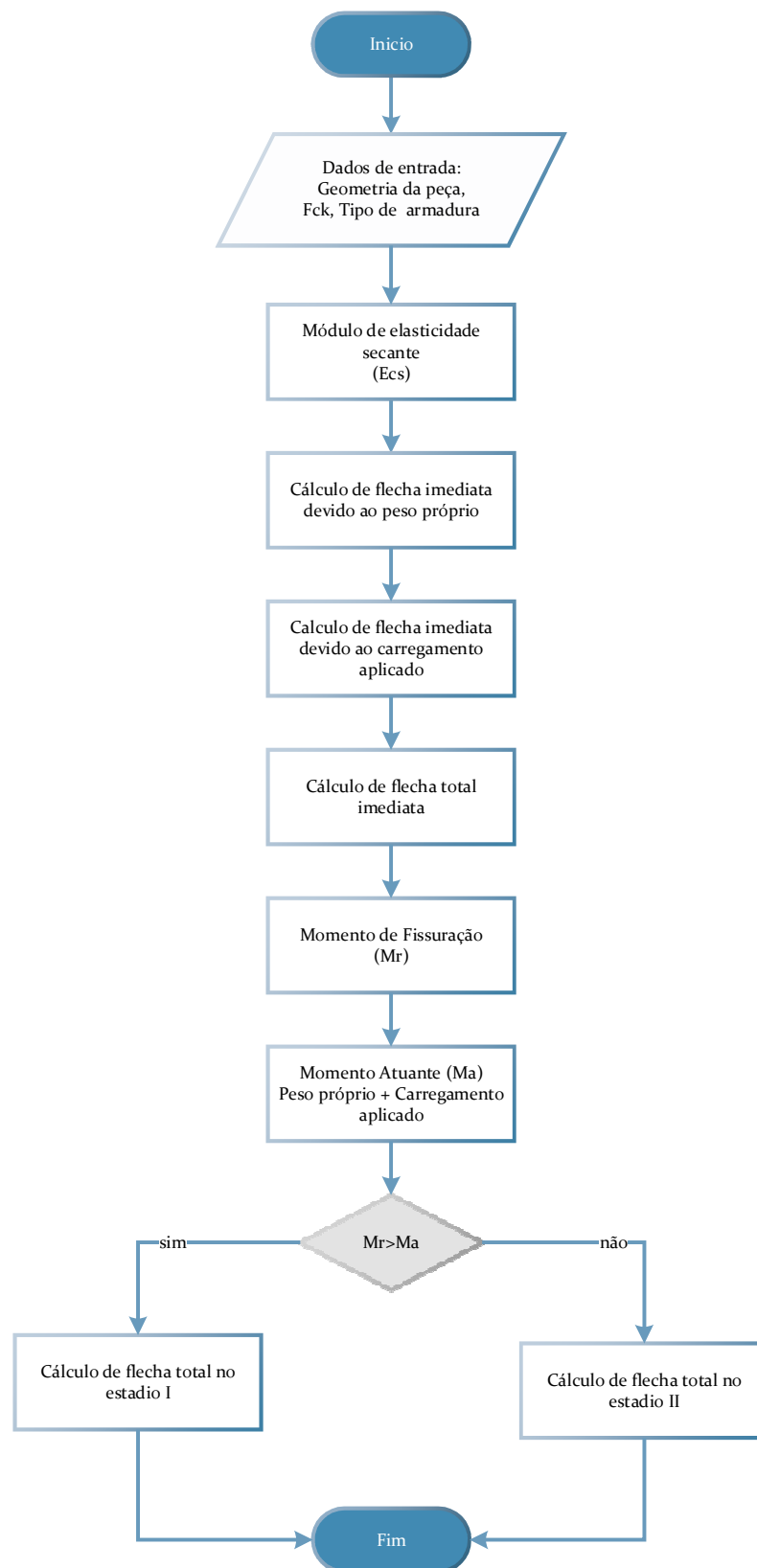
Figura 4.5 Diagrama do momento fletor



Fonte: CEB (1993)

Com a finalidade de entender o procedimento prescrito pelo CEB, apresenta-se na **Figura 4.6** o fluxograma de cálculo de flechas totais de uma maneira didática.

Figura 4.6 Fluxograma do método de cálculo de flechas conforme CEB-FIP Model Code 1990.



5. ANÁLISE DE RESULTADOS

Foram estudados e implementados os métodos em planilhas de cálculo, com a finalidade de obter resultados analíticos das flechas imediatas e diferidas, para sua posterior comparação com os resultados experimentais obtidos por Manfredini (2003), assim seria possível visualizar a partir de gráficos qual dos métodos simplificados ajustasse melhor aos resultados. Entre os métodos simplificados estudados tem-se: NBR 6118, Método da NBR 6118 Modificado, Método Bilinear, e o Método do CEB-FIP Model Code 1990.

5.1 Implementação e Análise do Método da NBR 6118/14

Para o cálculo de flechas foram seguidas as recomendações da NBR 6118/14, assim também foram utilizados parâmetros e critérios prescritos pela norma conforme descrito no item 4.1.1.

5.1.1 Cálculo de Flecha imediata

A partir dos resultados experimentais de Manfredini (2003), determinou-se o módulo de elasticidade secante do concreto correspondente a cada uma das vigas, utilizando a equação (4.3). Os valores de módulo de elasticidade inicial e secante determinados para cada tipo de viga estão apresentadas na **Tabela 5.1**.

Tabela 5.1 Módulo de elasticidade inicial e secante do concreto.

Viga	Módulo de elasticidade inicial (E_{ci})	Módulo de elasticidade secante (E_{cs})
	[MPa]	[MPa]
VT1	20575,7	17155
VT2	20268,6	16878,6
VA1	40124,5	37365,9
VA2	39917,6	37073,5

Determinou-se o momento de fissuração com base na equação (4.5), a partir da resistência a tração direta do concreto conforme indicado na NBR 6118, utilizando as equações (5.1) e (5.2). Foi considerado o coeficiente dependente do tipo de seção transversal como sendo 1,5 para seções retangulares conforme indicações da norma. Os valores da resistência a tração do concreto e do momento de fissuração apresentam-se na **Tabela 5.2**.

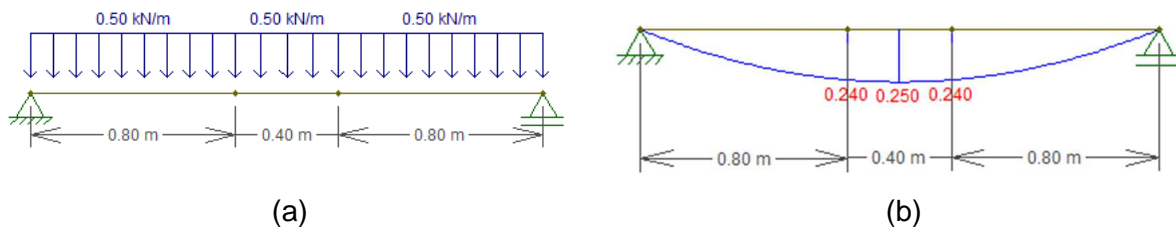
$$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3}, \quad \text{para concretos de classe até C50} \quad (5.1)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck}), \quad \text{para concretos de classe C55 até C90} \quad (5.2)$$

Tabela 5.2 Resistência a tração e momento de fissuração.

Viga	Resistência a tração (f_{ctm})	Momento de fissuração (M_r)
	[MPa]	[kN.m]
VT1	1,70	1,70
VT2	1,66	1,66
VA1	4,05	4,05
VA2	4,02	4,02

A determinação do momento atuante na viga, realizou-se por meio da utilização do programa Ftool, com a inserção da geometria da viga, condições de contorno e solicitações. Inicialmente foi determinado o momento atuante devido ao peso próprio da viga (M_{a1}). O resultado do momento atuante obtido a partir do programa Ftool apresenta-se na **Figura 5.1**.

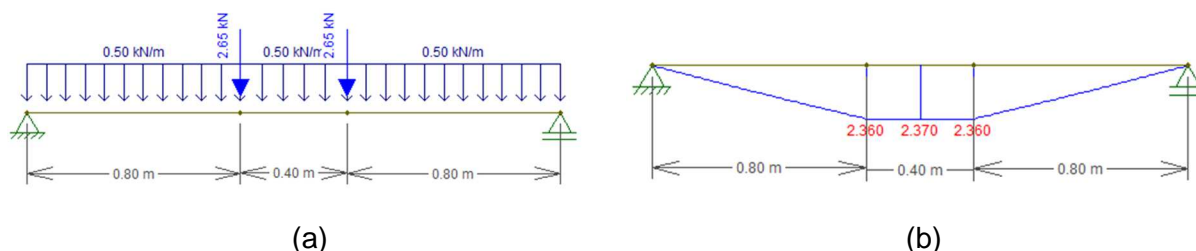
Figura 5.1 (a) Carga devido ao peso próprio (b) momento atuante na viga.


Para o cálculo da flecha devido ao peso próprio, inicialmente verificou-se que o momento atuante no meio do vão da viga era inferior ao momento de fissuração, isto é, as vigas trabalhavam no estágio I. A partir dessa verificação, as flechas de todas as vigas foram calculadas utilizando o momento de inércia da seção bruta. Os valores da flecha devido ao peso próprio empregando a equação (4.6), apresenta-se na **Tabela 5.3**.

Tabela 5.3 Estádios e flechas devido ao peso próprio.

Viga	Momento atuante (M_{a1})	Momento de fissuração (M_r)	Estádios	Flecha – Peso Próprio (W_p)
	[kN.m]	[kN.m]		[mm]
VT1	0,25	1,70	I	0,091
VT2	0,25	1,66	I	0,093
VA1	0,25	4,05	I	0,042
VA2	0,25	4,02	I	0,042

A determinação do momento atuante devido ao peso próprio da viga e carga aplicada (M_{a2}), realizou-se utilizando o Ftool, o carregamento e o resultado do momento atuante obtido a partir da compilação do programa apresenta-se na **Figura 5.2a** e **Figura 5.2b**.

Figura 5.2 (a) Carregamentos (b) Momento atuante na viga.

Para a determinação da flecha devido ao carregamento aplicado, para as vigas VT1 e VT2 verificou-se que o momento atuante era superior ao momento de fissuração, isto é, as mesmas trabalhavam no estágio II, já as vigas VA1 e VA2 trabalhavam no estágio I. Ressalta-se que para as vigas VT1 e VT2, foi utilizado o momento de inércia equivalente calculado conforme a equação (4.1), uma vez que a mesma trabalhava no estágio II, por outro lado, para as vigas VA1 e VA2, foi utilizado o momento de inércia da seção bruta, pois a mesma trabalhava no estágio I.

O valor da flecha de uma viga biapoiada, devido a aplicação de duas cargas concentradas equidistantes dos apoios, determina-se a partir da equação (5.3).

$$W_c = \frac{P a (3l^2 - 4a^2)}{24 EI} \quad (5.3)$$

Sendo

P , a carregamento aplicado;

a , a distância desde o apoio até o carregamento aplicado.

A seguir, apresenta-se a **Tabela 5.4** com o valor da flecha imediata, sendo ela a soma da flecha devido ao peso próprio e da flecha devido a carga aplicada.

Tabela 5.4 Resultado da flecha imediata.

Viga	Momento atuante (M_{a2}) [kN.m]	Momento de fissuração (M_r) [kN.m]	Estádios -	Flecha – Carga aplicada (W_c) [mm]	Flecha imediate ($w(t_o)$) [mm]
VT1	2,37	1,70	II	1,417	1,508
VT2	2,37	1,66	II	1,513	1,605
VA1	2,37	4,05	I	0,335	0,377
VA2	2,37	4,02	I	0,337	0,380

5.1.2 Cálculo de Flecha diferida e total

Uma vez determinada a flecha imediata devido ao peso próprio e pelas cargas externas aplicadas aos 41 dias para as vigas VT1 e VT2, e 36 dias para as vigas VA1 e VA2, procedeu-se ao cálculo da flecha adicional diferida (Δw) decorrente das cargas de longa duração em função da fluência. Para isto, foi inicialmente determinado o coeficiente (α_f) utilizando a equação (4.8), e seguidamente multiplicada pela flecha imediata conforme equação (4.7).

A determinação da flecha total realizou-se a partir da somatória entre a flecha imediata e a flecha diferida determinada. A seguir apresentam-se a **Tabela 5.5** e **Tabela 5.6**, os valores de flecha adicional diferida e total obtida a partir das recomendações da NBR 6118/14 para as vigas convencionais e de alta resistência.

Tabela 5.5 Valores de flechas adicionais diferidas para as vigas VT1 e VT2.

Tempo	Coeficiente (α_f)	Flecha diferida VT1	Flecha diferida VT2	Flecha total VT1	Flecha total VT2
[dias]	[-]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
58	0,078	0,117	0,121	1,626	1,697
73	0,133	0,201	0,209	1,709	1,784
88	0,181	0,273	0,284	1,781	1,859
104	0,226	0,340	0,355	1,849	1,930
129	0,287	0,433	0,450	1,941	2,026
154	0,339	0,512	0,533	2,020	2,108
180	0,387	0,584	0,608	2,093	2,184

Tabela 5.6 Valores de flechas diferidas e totais para as vigas VA1 e VA2.

Tempo	Coeficiente (α_f)	Flecha diferida VA1	Flecha diferida VA2	Flecha total VA1	Flecha total VA2
[dias]	[-]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
58	0,104	0,039	0,039	0,416	0,419
73	0,159	0,060	0,061	0,437	0,440
88	0,207	0,078	0,079	0,455	0,458
104	0,252	0,095	0,096	0,471	0,475
129	0,313	0,118	0,119	0,494	0,498
154	0,365	0,138	0,139	0,514	0,518
180	0,413	0,156	0,157	0,532	0,536

5.2 Implementação e Análise do Método da NBR 6118 Modificado

Para o cálculo de flechas imediatas foram utilizadas as recomendações e critérios prescritos na NBR 6118/14, já para o cálculo da flecha diferida realizou-se a modificação de parâmetros, que consistiu basicamente na substituição do coeficiente (α_f), pelo coeficiente de fluência ($\varphi(t, t_0)$).

5.2.1 Cálculo de flecha imediata

O cálculo da flecha imediata realizou-se a partir da metodologia da NBR 6118/14 e conforme o item 4.1.1.1 descrito anteriormente, os resultados das flechas imediatas obtidas para cada viga são os mesmos apresentados no método anterior conforme a **Tabela 5.4**.

5.2.2 Cálculo de flecha diferida e total

Uma vez determinada a flecha imediata para as vigas VT1 e VT2, e para as vigas VA1 e VA2, foi determinada a flecha adicional diferida (Δw). Inicialmente procedeu-se ao cálculo do coeficiente de fluência ($\varphi(t, t_0)$) conforme a equação (3.4). Para isto, foi necessário a consideração da umidade relativa como sendo igual a 60%, e adotou-se uma temperatura média igual a 20°C devido à falta de dados. Seguidamente para a determinação da flecha diferida, foi multiplicada a flecha imediata pelo coeficiente de fluência.

A determinação da flecha total realizou-se a partir do somatório entre a flecha imediata e a flecha diferida calculada. Apresentam-se na **Tabela 5.7** e **Tabela 5.8**, os valores de flecha adicional diferida e total obtida a partir das modificações da NBR 6118/14 descritas.

Tabela 5.7 Valores de flechas adicionais diferidas para as vigas VT1 e VT2.

Tempo	Coeficiente ($\varphi(t, t_0)$)	Flecha diferida VT1	Flecha diferida VT2	Flecha total VT1	Flecha total VT2
[dias]	[-]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
58	0,573	0,864	0,903	2,373	2,478
73	0,761	1,148	1,199	2,657	2,774
88	0,904	1,363	1,423	2,871	2,999
104	1,024	1,544	1,613	3,053	3,188
129	1,169	1,764	1,842	3,272	3,417
154	1,282	1,933	2,019	3,441	3,594
180	1,374	2,073	2,165	3,581	3,740

Tabela 5.8 Valores de flechas adicionais diferidas para as vigas VA1 e VA2.

Tempo	Coeficiente ($\varphi(t, t_0)$)	Flecha diferida VA1	Flecha diferida VA2	Flecha total VA1	Flecha total VA2
[dias]	[-]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
58	0,568	0,214	0,215	0,590	0,595
73	0,651	0,245	0,247	0,622	0,626
88	0,709	0,267	0,269	0,644	0,649
104	0,756	0,285	0,287	0,661	0,666
129	0,809	0,305	0,307	0,681	0,687
154	0,849	0,320	0,322	0,696	0,702
180	0,888	0,331	0,334	0,708	0,714

5.3 Implementação e Análises do Método Bilinear – Modificado

Para o cálculo de flechas imediatas foram seguidas as recomendações e critérios prescritos na norma do CEB (1985), para isto foram determinadas as flechas imediatas no estágio I e II puro, desconsiderando as parcelas de incrementos de fluência e retração. Seguidamente foi determinada a flecha total imediata.

Para o cálculo da flecha total utilizou-se a metodologia descrita por Marí et al (2009) conforme o item 4.1.4, no método são somadas a flecha total imediata obtida a partir do proposto pelo CEB (1985), e as parcelas de fluência e retração.

5.3.1 Cálculo de flecha imediata

A determinação do módulo de elasticidade secante (E_{cs}) foi realizada segundo o CEB (1993), sendo obtida a partir da multiplicação do módulo de elasticidade aos 28 dias pelo fator 0,85, o módulo de elasticidade aos 28 dias foi calculada conforme a equação (3.15), a seguir apresenta-se a equação utilizada:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad (5.4)$$

Os resultados obtidos para o módulo de elasticidade inicial e o módulo de elasticidade secante apresenta-se na **Tabela 5.9** a seguir:

Tabela 5.9 Módulo de elasticidade inicial e secante do concreto.

Viga	Módulo de elasticidade inicial (E_{ci})	Módulo de elasticidade secante (E_{cs})
	[MPa]	[MPa]
VT1	27749,25	23586,86
VT2	27576,08	23439,67
VA1	39176,31	33299,86
VA2	38959,26	33115,37

Determinou-se o momento de fissuração com base na formulação de Araújo (2014), apresentada na equação (5.5) abaixo, utilizando a resistência a tração direta do concreto determinado a partir das equações (5.1) e (5.2).

$$M_r = \left(\frac{k_1}{1 + \delta - \xi} \right) b d^2 f_{ct} \quad (5.5)$$

Os valores da resistência a tração do concreto e do momento de fissuração apresentam-se na **Tabela 5.10**.

Tabela 5.10 Resistência a tração e momento de fissuração.

Viga	Resistência a tração (f_{ctm})	Momento de fissuração (M_r)
	[MPa]	[kN.m]
VT1	1,70	1,22
VT2	1,66	1,19
VA1	4,05	2,85
VA2	4,02	2,82

Para o cálculo da flecha devido ao peso próprio, inicialmente verificou-se que as vigas trabalhavam no estágio I, com isto, o coeficiente de distribuição (η) assumiu o valor igual a zero, por tanto a flecha devido ao peso próprio foi considerada como sendo igual unicamente a flecha no estágio I. A flecha no estágio I foi calculada a partir da equação (4.6), utilizando a rigidez no estágio I determinada a traves da equação (4.20). Os valores da flecha devido ao peso próprio apresenta-se na **Tabela 5.11**.

Tabela 5.11 Estádios e flechas devido ao peso próprio.

Viga	Momento atuante (M_{a1})	Momento de fissuração (M_r)	Estádios	Flecha – Peso Próprio (W_p)
	[kN.m]	[kN.m]		[mm]
VT1	0,25	1,22	I	0,0619
VT2	0,25	1,19	I	0,0623
VA1	0,25	2,85	I	0,0447
VA2	0,25	2,82	I	0,0449

Para a determinação da flecha devido ao carregamento aplicado, verificou-se que as vigas VT1 e VT2 trabalhavam no estágio II, já as vigas VA1 e VA2 trabalhavam no estágio I. Ressalta-se que para as vigas VT1 e VT2, foi calculado a flecha por meio de um valor intermediário entre a flecha calculada com rigidez no estágio I e a flecha calculada com rigidez no estágio II puro, utilizando a equação (4.15), sendo o coeficiente de distribuição determinada a partir da equação (4.17), considerando as barras como sendo de alta aderência e as cargas como sendo de longa duração.

Para as vigas VA1 e VA2 foi determinada a flecha como sendo igual unicamente a flecha no estágio I, e determinado conforme a equação (5.3). A seguir, apresenta-se a **Tabela 5.12** com o valor da flecha imediata.

Tabela 5.12 Resultado da flecha imediata.

Viga	Momento atuante (M_{a2})	Momento de fissuração (M_r)	Estádios	Flecha – Carga aplicada (W_c)	Flecha imediate ($w(t_o)$)
	[kN.m]	[kN.m]		[mm]	[mm]
VT1	2,37	1,22	II	2,190	2,253
VT2	2,37	1,19	II	2,205	2,267
VA1	2,37	2,85	I	0,333	0,378
VA2	2,37	2,82	I	0,335	0,380

5.3.2 Cálculo de flecha diferida

Uma vez determinada a flecha imediata para as vigas VT1 e VT2, e para as vigas VA1 e VA2, foram determinados os incrementos decorrentes da fluência e da retração, calculados conforme a equação (4.30) e (4.32).

A determinação da flecha total realizou-se a partir do somatório entre a flecha imediata e os incrementos de flecha devido a fluência e retração. Apresentam-se na **Tabela 5.13** e **Tabela 5.14** os valores da flecha diferida e a flecha total, sendo a flecha diferida a soma dos incrementos de fluência e retração.

Tabela 5.13 Valores de flechas diferidas e totais para as vigas VT1 e VT2.

Tempo	Flecha diferida VT1	Flecha diferida VT2	Flecha total VT1	Flecha total VT2
[dias]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
58	1,027	1,036	3,280	3,303
73	1,181	1,191	3,433	3,458
88	1,293	1,304	3,546	3,572
104	1,388	1,400	3,641	3,667
129	1,504	1,517	3,757	3,784
154	1,594	1,607	3,846	3,875
180	1,669	1,683	3,922	3,951

Tabela 5.14 Valores de flechas diferidas e totais para as vigas VA1 e VA2.

Tempo	Flecha diferida VA1	Flecha diferida VA2	Flecha total VA1	Flecha total VA2
[dias]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
58	0,600	0,611	0,978	0,992
73	0,665	0,678	1,043	1,058
88	0,717	0,731	1,095	1,111
104	0,762	0,777	1,141	1,157
129	0,819	0,835	1,197	1,215
154	0,864	0,880	1,242	1,261
180	0,901	0,919	1,280	1,299

5.4 Implementação e Análises do Método do CEB-FIP Model Code 1990

Para o cálculo de flechas foram seguidas as recomendações descritas pelo CEB-FIP Model Code 1990, conforme descrito no item 4.1.5.

5.4.1 Cálculo de flecha imediata

A determinação do módulo de elasticidade secante (E_{cs}), realizou-se por meio da utilização da formulação (5.4), seguindo a recomendação do CEB (1993). Os resultados obtidos para o módulo de elasticidade inicial e secante, foram os mesmos apresentados na **Tabela 5.9**.

A determinação das flechas devido ao peso próprio e ao carregamento aplicado, realizou-se por meio da aplicação das equações (4.6) e (5.3) respectivamente, sendo considerado o módulo de elasticidade secante e a inercia da seção bruta para ambos casos. A flecha imediata calculou-se por meio da soma das flechas devido ao peso próprio e ao carregamento aplicado. Os resultados das flechas são apresentados na **Tabela 5.15**, a seguir:

Tabela 5.15 Resultado da flecha imediata.

Viga	Flecha – Peso Próprio	Flecha – Carga aplicada	Flecha Imediata
	(W_p)	(W_c)	($w(t_o)$)
	[mm]	[mm]	[mm]
VT1	0,066	0,494	0,561
VT2	0,067	0,497	0,564
VA1	0,047	0,376	0,423
VA2	0,047	0,378	0,425

5.4.2 Flecha total

Uma vez determinada a flecha imediata, procedeu-se ao cálculo do momento de fissuração a traves da equação (5.5), em seguida realizou-se a comparação entre o momento atuante e o momento de fissuração, para a determinação dos estádios. A seguir apresenta-se os estádios de atuação de cada viga em estudo.

Tabela 5.16 Estádio de atuação de cada viga.

Viga	Momento atuante	Momento de fissuração	Estádios
	(M_a)	(M_r)	
	[kN.m]	[kN.m]	-
VT1	2,37	1,22	II
VT2	2,37	1,19	II
VA1	2,37	2,85	I
VA2	2,37	2,82	I

Conforme apresentado na **Tabela 5.16**, as vigas VT1 e VT2 atuam no estágio II, portanto, a determinação da flecha total considerando um longo período de tempo, se dá por meio da equação (4.33). A seguir apresenta-se os valores de flecha total para as vigas VT1 e VT2 na **Tabela 5.17**.

Tabela 5.17 Flecha total das vigas VT1 e VT2.

Viga	Flecha total (W)
	[mm]
VT1	4,396
VT2	4,423

Observa-se também que as vigas VA1 e VA2, trabalham no estágio I, portanto, a determinação da flecha total em qualquer instante de tempo, se dá por meio da aplicação da equação (4.32), utilizando-se o coeficiente de fluência determinado conforme equação (3.17). A seguir os resultados de flechas totais para as vigas VA1 e VA2 apresentam-se na **Tabela 5.18**.

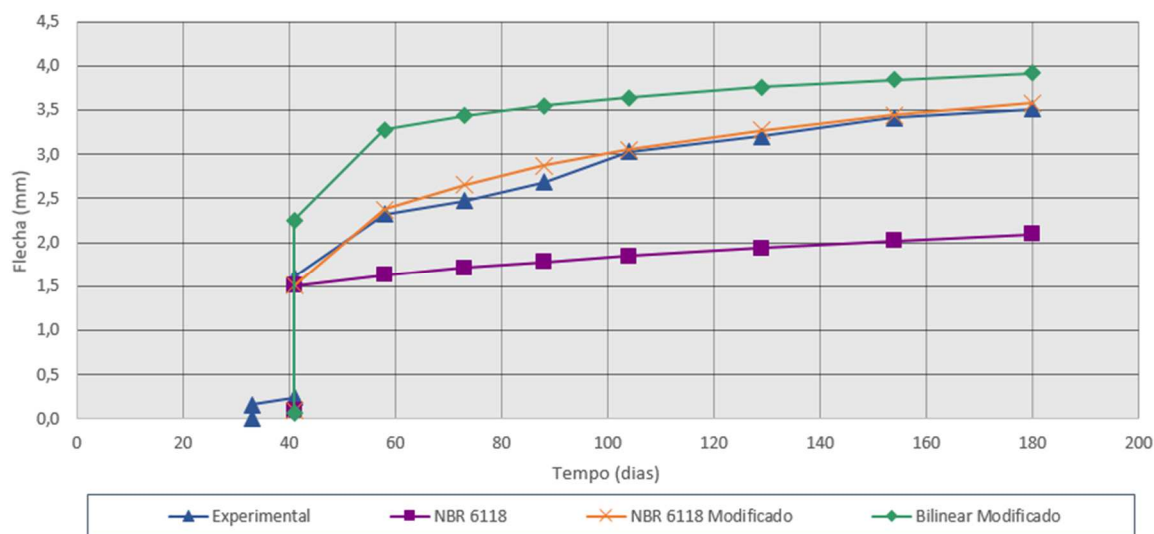
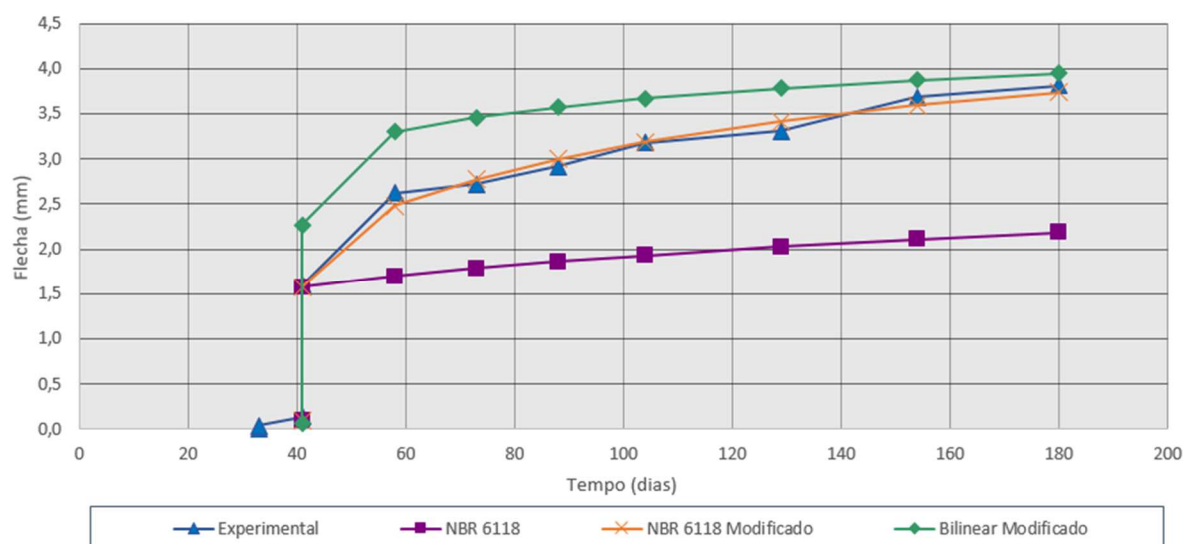
Tabela 5.18 Resultado das flechas totais para as vigas VA1 e VA2.

Tempo	Flecha Total VA1	Flecha Total VA2
[dias]	[mm]	[mm]
58	0,781	0,789
73	0,832	0,840
88	0,866	0,874
104	0,893	0,902
129	0,925	0,934
154	0,948	0,958
180	0,967	0,977

5.5 Comparação entre os Resultados dos Métodos Simplificados

Uma vez apresentada a metodologia de cálculo e os resultados obtidos para cada método simplificado estudado separadamente, será analisado neste item os resultados das flechas totais calculadas pelos diferentes métodos simplificados, tendo como referência as flechas das vigas experimentais descritas no item 3.6.

Inicialmente foram analisadas as vigas convencionais (i.e, Viga VT1 e VT2). Os resultados das flechas totais para as vigas VT1 e VT2, calculados para cada método, apresenta-se nas **Figura 5.3** e **5.4**, podendo observar nas mesmas a variação de flecha ao longo do tempo, desde o momento de aplicação da carga.

Figura 5.3 Flechas total da viga VT1.

Figura 5.4 Flechas total da viga VT2.


A partir das **Figura 5.3 e 5.4** apresentada, pode ser observada a flecha em função do tempo no meio do vão da viga VT1 e VT2, obtidas a partir dos diferentes métodos simplificados aplicados. O método da NBR 6118 apresenta resultados de flecha em função do tempo menores em relação aos outros métodos simplificados, tendo como referência a viga experimental em ambos os casos. O método Bilinear Modificado apresenta uma flecha imediata superior ao experimental, mas ao longo do tempo aproxima-se dos resultados de referência. Entre os métodos estudados, o mais aproximado ao resultado de deslocamento vertical experimental, foi o método da NBR 6118 Modificado.

Não foram considerados os resultados de flechas do método do CEB-FIP Model Code 1990, devido a que as vigas trabalhavam no estágio II, a obtenção da flecha em função do tempo restringe-se devido a formulação proposta pelo CEB, sendo unicamente calculada a flecha final.

Considerando como referência os resultados da flecha experimental das vigas VT1 e VT2, a **Tabela 5.19** apresenta a diferença percentual e a média dos resultados de flecha ao decorrer do tempo, de cada um dos métodos.

Tabela 5.19 Diferença Percentual (%) das flechas (Viga VT1 e VT2).

Tempo (dias)	VT1			VT2		
	NBR 6118/14	NBR 6118/14 Modificado	Bilinear Modificado	NBR 6118/14	NBR 6118/14 Modificado	Bilinear Modificado
41	-6,3	-6,3	39,9	-1,5	-1,5	41,7
58	-30	2,2	41,3	-35,2	-5,4	26,1
73	-30,9	7,4	38,8	-34,5	1,9	27,0
88	-33,6	7,0	32,2	-36,2	2,9	22,6
104	-39,0	0,7	20,2	-39,3	0,2	15,3
129	-39,4	2,2	17,3	-38,8	3,3	14,4
154	-40,8	0,9	12,7	-42,8	-2,4	5,2
180	-40,4	2,0	11,7	-42,7	-1,8	3,7
Média	32,5	3,6	26,8	33,9	2,45	19,5

Cabe ressaltar que o cálculo de média foi realizado utilizando os resultados de diferenças percentuais em módulo.

A partir dos resultados de média percentual verifica-se que o método da NBR Modificado é o método mais aproximado aos resultados da viga experimental, já que a mesma apresenta uma diferença percentual média de 3,6% para a viga VT1, e 2,45% para a viga VT2.

Os resultados de flechas totais para as vigas de alta resistência (i.e, Viga VA1 e VA2), calculados por meio dos métodos simplificados, apresenta-se na **Figura 5.5 e 5.6**.

Figura 5.5 Flechas total da viga VA1.

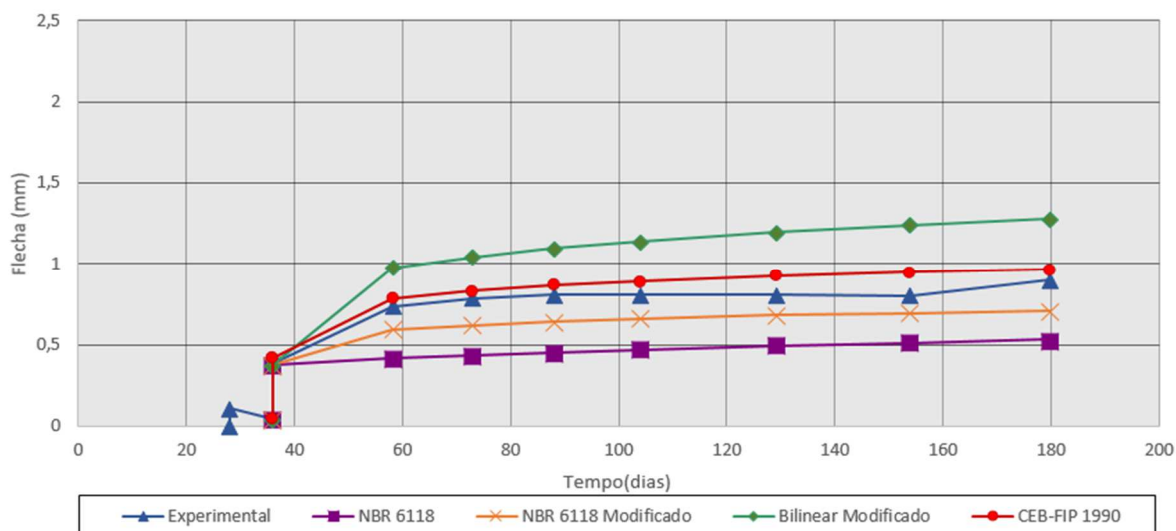
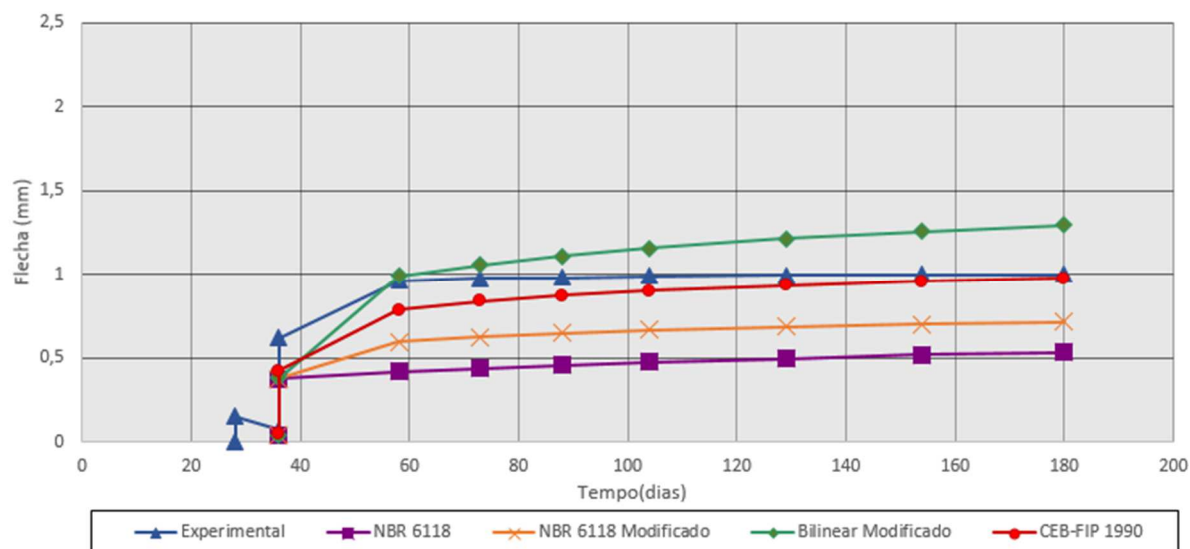


Figura 5.6 Flechas total da viga VA2.



Conforme as **Figuras 5.5 e 5.6**, as flechas ao longo do tempo das vigas de alta resistência, calculados a partir da metodologia descrita pela NBR 6118/14, apresentarão flechas menores em relação as flechas calculadas pelos outros métodos, assim também se encontra por debaixo das flechas das vigas experimentais. O método Bilinear Modificado apresenta deslocamentos verticais superiores aos deslocamentos da viga experimental, observa-se nas figuras que a diferença entre os deslocamentos verticais da viga experimental e os calculados por meio do método Bilinear, aumentam ao longo do tempo. Entre os resultados dos métodos simplificados, os mais aproximados ao resultado da flecha

experimental, foram o método da NBR 6118 Modificado e o método do CEB-FIP Model Code 1990.

A **Tabela 5.20** apresenta-se a diferença percentual, e a média dos resultados de flecha ao decorrer do tempo, de cada um dos métodos simplificados, tomando como referência os resultados da flecha experimental da viga VA1.

Tabela 5.20 Diferença Percentual (%) das flechas - Viga VA1.

Tempo (dias)	VA1			
	NBR 6118/14	NBR 6118 Modificado	Bilinear Modificado	CEB-FIP 1990
36	-2,7	-2,7	-2,2	9,2
58	-43,3	-19,5	33,5	6,6
73	-44,2	-20,5	33,4	6,3
88	-43,7	-20,3	35,7	7,3
104	-41,4	-17,9	41,7	11,0
129	-38,6	-15,4	48,7	14,9
154	-35,8	-13,1	55,1	18,4
180	-40,9	-21,3	42,2	7,5
Média	36,3	16,3	36,6	10,1

A partir dos resultados apresentados, consegue-se verificar que o método Bilinear Modificado, apresenta uma maior variação dos resultados em relação aos resultados experimentais da viga VA1, com média igual a 36,6%. O método proposto pelo CEB é o mais aproximado aos resultados da viga experimental de alta resistência, apresentado uma diferença percentual média igual a 10,1%.

A **Tabela 5.21** apresenta-se a diferença percentual, e a média dos resultados de flecha ao decorrer do tempo, de cada um dos métodos simplificados, tomando como referência os resultados da flecha experimental da viga VA2.

Tabela 5.21 Diferença Percentual (%) das flechas - Viga VA2.

Tempo (dias)	VA2			
	NBR 6118/14	NBR 6118 Modificado	Bilinear Modificado	CEB-FIP 1990
36	-38,9	-38,9	-38,8	-31,6
58	-56,5	-38,2	3,0	-18,1
73	-54,9	-35,8	8,4	-14,0
88	-53,3	-33,9	13,1	-11,0
104	-52,1	-32,9	16,5	-9,2
129	-49,9	-31,0	22,1	-6,1
154	-48,2	-29,8	26,1	-4,2
180	-46,4	-28,6	29,9	-2,3
Média	50,0	33,6	19,7	12,0

Conforme os resultados apresentados, o método da NBR 6118/14, apresenta a maior variação de resultados em relação aos resultados experimentais da viga VA2, com média igual a 50%. O método do CEB-FIP 1990, é o método simplificado mais aproximado aos resultados da viga experimental de alta resistência, apresentando uma diferença percentual média igual a 12,0%.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizado a avaliação dos principais métodos simplificados para o cálculo de flechas em vigas de concreto armado, através da utilização de critérios prescritos nas normas. Foram analisadas vigas biapoiadas de concreto convencional e de alta resistência ensaiadas experimentalmente por Manfredini (2003). Comparou-se os valores das flechas, com as obtidas pelos diferentes métodos simplificados apresentados no trabalho.

A partir do estudo comparativo entre as flechas das vigas experimentais e as flechas obtidas por meio da implementação dos métodos simplificados em planilhas de cálculo, expõe-se a seguir as conclusões extraídas da análise dos resultados obtidos:

- Verificou-se que o método mais apropriado para a estimativa de flechas imediatas para as vigas convencionais de concreto VT1 e VT2, foi o método prescrito pela NBR 6118/14, obtendo uma diferença percentual de -6,3% e -1,5% para as vigas VT1 e VT2 respectivamente, em relação as vigas experimentais.
- O método da NBR 6118 Modificado, apresentou resultados de flechas bastante próximas das experimentais, principalmente para as vigas convencionais, com isto, verificou-se que a utilização do coeficiente de fluência é satisfatória para a determinação das flechas diferidas, já que foi obtida uma diferença percentual média de 3,6% e 2,45% entre a viga experimental e o método, para a viga VT1 e VT2 respectivamente.
- O comportamento das vigas biapoiadas de concreto com alta resistência (i.e, Vigas VA1 e VA2) submetidas a flexão, foram melhor representadas pelo método do CEB-FIP Model Code 1990, visto que foi alcançado uma diferença percentual média de 10,1% e 12,0%, para as vigas VA1 e VA2 respectivamente.
- Entre os métodos estudados, o cálculo de flecha a partir do método Bilinear Modificado resultou na superestimação dos deslocamentos verticais, tanto para o caso das vigas convencionais e vigas de alta resistência, podendo ser o resultado da consideração de fluência e retração na formulação proposta pelo método.

Sendo assim, conclui-se que a utilização de métodos simplificados para a estimativa de flechas em vigas de concreto, podem fornecer resultados conservadores, sempre que seja levado em consideração as características das vigas, para verificar o método de ajuste

satisfatório em cada caso. Portanto, o método simplificado mais adequado para vigas biapoiadas convencionais de concreto armado submetidas a flexão estudadas, foi o Método da NBR 6118 Modificado, pois a mesma apresentou resultados com precisão satisfatória em relação ao modelo experimental. Já o método do CEB-FIP Model Code 1990, forneceu bons resultados para as vigas de alta resistência.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, M.D. **Análise de flechas em vigas de concreto armado**. 2010. 89p. Trabalho de conclusão do curso (Graduação em Engenharia Civil), Universidade Federal de Ceará, Fortaleza, 2010.
- ARAUJO, J.M. **Curso de Concreto Armado**. Vol.1. 4.ed. Rio Grande do Sur: Dunas, 2014a
- ARAUJO, J.M. **Curso de Concreto Armado**. Vol.2. 4.ed. Rio Grande do Sur: Dunas, 2014b
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto-Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8522**: Determinação modulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.
- BRANSON, D.E. **Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced** concrete beams. Report. No 7, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, 1963.
- CARDONA, A.; SONZOGNI, V.; STORTI, M. Fluencia Básica del Hormigón, Factores que intervienen-Estado del Arte y modelo de predicción en el rango no lineal. **Mecânica computacional**. Santafé, v. XXV, p. 315-328, noviembre.2006, Disponível em :< <http://www.cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/viewFile/472/613>>. Acesso em: 10/09/2017.
- CHUST, R.; RODRIGUES, J. **Calculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 3.ed. São Carlos: EdUFSCar, 2013.
- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (CEB). **CEB-FIB MODEL CODE 1990**. Switzerland, 1993.
- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (CEB). **Design Manual on Crackink and Deformations**. Switzerland, 1985.

- CUNHA, D.J. **Análise de fissuração em vigas de concreto armado**. 2011. 53p. Trabalho de conclusão do curso (Graduação em Engenharia Civil), Universidade Federal de Ceará, Fortaleza, 2011.
- DUARTE, N. **Cálculo simplificado de flechas instantâneas y diferidas en elementos a flexión de hormigón armado**. 2010. 179p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Estrutural e da Construção), Universidade Politécnica de Catalunya, Barcelona, 2010.
- GIANI, R; NAVARRTE, B; BUSTOS, J. **La Retracción Autógena y su Relación con la Tendencia a la Fisuración a Temprana Edad en Pavimentos de Hormigón**. 2008. 11p. Revista da construção, Vol. 7, Num. 2, Universidade Católica de Chile, Santiago, 2008.
- JUNGES, E. **Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado**. 2011. 361p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011
- LAZZARI, B.M. **Análise por elementos finitos de peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão**. 2015. 208p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.
- MANFREDINI, H.J. **Avaliação do comportamento dos deslocamentos transversais ao longo do tempo em vigas de concreto armado não convencional**. 2003. 183p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003
- MARI, A.R; BAIRAN, J.M; DUARTE, N. **Long-term deflections in cracked reinforced concrete flexural members**. 2009. 14p. Revista Elsevier, Universidade Politécnica de Catalunya, Barcelona, 2009
- METHA, P.K; MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: estrutura, propriedade e matérias**. São Paulo: PINI 1994
- MURCIA, V. **Estructuras de Hormigon Armado y Prensado**. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones científicas, 1987.

- NEVILLE, A.M. **Tecnologia do concreto**. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- NUNES, N.L; FIGUEIREDO, A. **Retração do concreto do cimento Portland**. 2007. 61p. Boletim Técnico, Escola politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- PINHEIRO, L.M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. 2007, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2007, Disponível em :<http://coral.ufsm.br/decc/ECC1006/Downloads/Apost_EESC_USP_Libanio.pdf>. Acesso em: 03/09/2017.
- SANTOS, P.S. **Fundamentos do Concreto Armado**. 2006. 98p. Notas de Aula, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006.
- VILLALBA, P.M. **Um Modelo Tridimensional de Elementos Finitos para Túneis com Revestimento em Concreto Projetado e Pré-moldado**. 2015. 120p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.